# Introducción a las Ciencias Físicas

(El trabajo en equipo es la mejor opción)

« El científico no es aquella persona que da las respuestas correctas, sino aquél quien hace las preguntas correctas ».

**Claude Lévi-Strauss**

Todos somos importantes en el engranaje del conocimiento.

**Lic. Cristina Teresa Varanese**
Fue Profesora Asociada Ordinaria UTN, Investigadora III , dictó cursos de Física para Ingeniería en Sistemas de Información. Se desempeñó como Profesora en la Cátedra de Química Analítica Aplicada en la carrera de Ingeniería Química. Fue Docente en el Seminario Universitario de Nivelación.

**Lic. Pilar Marinelli**
Se desempeña como Ayudante en el Laboratorio de Física y como Ayudante en la Cátedra de Física I en la Carrera de Ingeniería en Sistemas de Información. Es profesora en la Cátedra de Física en Curso de Ingreso y forma parte del Grupo de Investigación de Acceso y Permanencia.

**Ing. Juan Francisco Pelloli**
Ingeniero Electricista, egresado de UTN Facultad Regional Delta. Es ayudante en el Laboratorio de Física e investigador en Grupo de Acceso y Permanencia. Fue ayudante en las cátedras de Física y Matemática del Seminario Universitario de Nivelación. Actualmente, es profesor de Física en dicho seminario.

**Agradecimiento:** Queremos agradecer de forma especial al Ingeniero Patricio Alberto Cullen, profesor fundador de ésta Facultad Regional, por su incansable labor en la realización de la primera edición de este material.
Patricio se desempeñó durante muchos años como director del Seminario Universitario de Nivelación, y sus valiosos y generosos aportes personales y académicos sentaron las bases sobre las que se construyeron las asignaturas del presente Seminario.

# Prólogo

**¿Por qué estás leyendo esto? ¿Por qué estás con este pequeño manual casero de física? ¿Te pusiste a pensar en las razones por las cuáles estás sentado en un banco, en un salón, de una Facultad de Ingeniería?**
**Las respuestas están ahí, justo al borde de animarse a ser descubiertas. Estás acá porque en algún punto estás intentando descubrir algunos de los muchos secretos que tiene la Naturaleza. Estás leyendo esto porque parte del cuerpo de conocimiento con el que debemos amigarnos está en este pequeño apunte, que hablará mucho mejor cuando veas a tus profesores deshojarlo poco a poco para ayudarte, además, a leer entre líneas lo que no nos dice de modo explícito. Estás acá porque te interesa el orden del Universo y las leyes bajo las cuales nos regimos todos los actores de este gigante inescrutable.**
**Este manual intentará acercarte a esas preguntas más elementales que alguna vez, quizás, te quitaron el sueño. Y si tu sueño nunca se vio perturbado por preguntas a las que no podías responder, no te preocupes, es solo cuestión de tiempo, ya aparecerán.**
**Este humilde manual, quiere llevarte a un mundo maravilloso repleto de historia, de geografía, de revoluciones, de genios irrepetibles y de industria, de desarrollo, de presente….y de futuro. Este manual habla con un lenguaje universal llamado matemática y lo que con ella se escribió, ayudó a ingeniar los inventos más inimaginables en una época aunque de uso común en otras. Este manual nos habla en secreto de la relatividad de algunos conceptos y de la contundencia de otros. Nos invita al show de la eterna transformación de algo llamado ¨energía¨, como vos o como yo, que ya no volveremos a ser los mismos después de hoy.**
**Esperamos que disfrutes del viaje que te proponemos. Esperamos que te animes a cruzar esa puerta y te despeines con las sorpresas que el universo y la ciencia tienen para vos.**
**Gracias por ser parte de esta tripulación. Entre todos dirigiremos esfuerzos para sumar siempre enamorados del saber científico.**
**Exitos para todos y buen viaje!**

Cristina Varanese – Pilar Marinelli – Juan Francisco Pelloli

# Índice:

# Módulo 1

## LA FÍSICA Y SUS MAGNITUDES

**Contenidos:**

- **Introducción**
- **Naturaleza de la Física. Campos de estudio**
- **Métodos de la Física**
- **El Proceso de Medición: Magnitudes y Sistemas de Unidades**
- **Cuestiones, Problemas y Ejercicios**

# INTRODUCCIÓN

"La ciencia es interpretación de los hechos. Éstos, por sí mismos, no nos dan la realidad, al contrario, la ocultan, esto es, nos plantean el problema de la realidad. Si no hubiera hechos no habría problema, no habría enigma, no habría nada oculto que es preciso des-ocultar, descubrir. La palabra con que los griegos nombraban la verdad es **aletheia** que quiere decir descubrimiento, quitar el velo que oculta y cubre algo"

José Ortega y Gasset

"La verdad no es una categoría lógica sino un misterio en curso de descubrimiento dentro de la ocultación (**aletheia)**"

Martín Heidegger

Todo lo que vamos a tratar en este capítulo es la relación de la **física**, como disciplina, con la idea expresada por los dos filósofos citados. Prigogine la expresa de una manera muy hermosa: "La física no es un modelo del mundo real, sino que es una interfase inventiva entre los hombres y el mundo de los fenómenos"

El fenómeno no es la realidad misma sino su manifestación externa, por eso la interfase debe ser **inventiva** porque hay que diseñar experiencias para revelar el fenómeno, interpretarlo y usarlo como guía para construir proposiciones y teorías que describan la realidad.

La física es experimental, fenomenológica y teórica. A partir de la experiencia descubre los fenómenos, formula leyes para dar cuenta de ellos, vuelve al campo experimental para verificarlas, y se le abren nuevos interrogantes que lo inducen a diseñar nuevas experiencias para reiniciar el proceso de articulación de la física experimental con la teórica, en un espiral infinito que solo permite aproximaciones cada vez más refinadas a la realidad. El físico jamás va a decir: "esto es así", sino: "hasta donde sabemos esto es así", porque no puede negar la posibilidad de mejorar la aproximación a la verdad porque esa posibilidad es la llave del conocimiento científico.

Cerramos esta introducción, dejándola abierta a sus inquietudes y reflexiones, con una muy famosa reflexión de un físico muy famoso:

“El hecho de que el mundo se revele comprensible es un milagro incompresible. Pero que la comprensión del mundo venga a negar lo que la hace posible, eso ya no es un milagro, es un absurdo”

Albert Einstein

## NATURALEZA DE LA FÍSICA

La física es una de las ciencias naturales. Su objeto es **estudiar y describir el comportamiento de los fenómenos naturales que ocurren en nuestro universo**.

**Es una ciencia basada en observaciones experimentales y en mediciones. Su objetivo es desarrollar teorías físicas basadas en leyes fundamentales, que permitan describir el mayor número posible de fenómenos naturales con el menor número posible de leyes físicas. Estas leyes físicas se expresan en lenguaje matemático, por lo que para entender sin inconvenientes el tratamiento del formalismo teórico de los fenómenos físicos se debe tener una apropiada formación en matemáticas, en este curso basta un nivel básico de matemáticas.**

## MÉTODOS DE LA FÍSICA

Cuando Galileo separa la Filosofía de la Física, lo que hace es establecer el **método científico**. La física pretende la verdad, como la filosofía, pero lo hace de una manera singular, propia, a través de dos operaciones: una, imaginativa, creadora, que sale del sujeto, del hombre; la otra, es confrontadora con lo que no es el sujeto, con los hechos externos, con los datos experimentales. Con estas operaciones, que conforman los métodos de la física, construye un conocimiento racional, sistemático y verificable que descubre velos para aproximarse a la realidad.

Por extensión, se denominan ciencias fácticas o fenomenológicas las que siguen la metodología inaugurada por Galileo, que es el **método científico**. Las demás ciencias, que no se sustentan en experiencias concretas sino en una estructura de axiomas independientes o no verificables con experiencias de laboratorio, se llaman ciencias formales o abstractas.

La Física tiene en común con las otras ciencias fácticas el **Método Experimental** que se ha acordado en caracterizar por los siguientes pasos:

- Obtención de datos acerca de hechos, sucesos u objetos
- Reflexión sobre ellos y sus relaciones entre sí y con otros datos
- Elaboración de hipótesis consistentes con los datos
- Deducción de consecuencias verificables
- Diseño y ejecución de experimentos de verificación o de falsación
- Formulación de una ley física acotada y modificable por nuevos datos
- Repetición incesante de todos los pasos

La metodología de las ciencias fácticas que acabamos de describir nos conduce naturalmente al problema de la medición.

El problema de la medición, que es determinar el valor de la magnitud es uno de los problemas de la física, como ciencia fenomenológica.

## EL PROCESO DE MEDICIÓN:

### MAGNITUDES Y SISTEMAS DE UNIDADES

**"Cuando puedas medir aquello de lo que estás hablando y expresarlo en números, sabes algo de ello; pero cuando no lo puedas expresar en números, tu conocimiento es escaso e insatisfactorio; puede ser el principio del conocimiento, pero, en tus pensamientos, poco habrás contribuido al progreso de la ciencia" Willian Thomsom (Lord Kelvin)**

**Magnitudes** son todos aquellos **atributos o "propiedades**" que se puede medir y ser expresado en forma numérica. Ejemplos de magnitudes físicas son el tiempo, el volumen, la temperatura, la fuerza.

Las leyes de la física expresan relaciones entre magnitudes.

**Medir** es comparar una magnitud determinada con otra cantidad de la misma magnitud tomada como unidad.

**El resultado de la medida debe ser, por tanto, el resultado numérico y la unidad empleada en la medición.**

El Proceso de Medición es la interacción entre tres sistemas:

- **El Sistema Objeto**, que es lo que se mide
- **El Sistema de Comparación**, que es la unidad, su definición y su aplicación
- **El Sistema de Observación**, que es el sujeto observador, el diseño experimental y sus instrumentos

**Unidades fundamentales y Unidades derivadas**

Las magnitudes se pueden clasificar en magnitudes básicas y magnitudes derivadas.
Las **magnitudes básicas** son definidas por un determinado sistema de unidades en función de la factibilidad de reproducir el experimento que la caracteriza.

Las **magnitudes derivadas** son magnitudes que mediante cálculos pueden derivarse de las magnitudes fundamentales o pueden inferirse a través de una medida indirecta.

Al igual que las magnitudes, tenemos **unidades básicas y unidades derivadas.** Unidades básicas son las correspondientes a las magnitudes básicas al igual que las unidades derivadas son aquellas con las que se miden las magnitudes derivadas.

## SISTEMA DE UNIDADES

A lo largo de la historia el hombre ha necesitado emplear diversos sistemas. Algunos han desaparecido y otros persisten en nuestros días:

- El sistema anglosajón de medidas, vigente en algunos países de habla inglés: millas, pies, libras, Grados Farenheit.
- El sistema cegesimal (CGS): centímetro, gramo, segundo
- El sistema técnico: metro, kilogramo fuerza, segundo.
- El sistema MKS: metro, kilogramo, segundo.
- El sistema métrico decimal, muy extendido en ciencia, industria y comercio, y que constituyó la base para la elaboración del Sistema Internacional.
- El sistema Internacional

Si bien cada país puede adoptar un sistema de unidades, existe una tendencia generalizada a adoptar un mismo sistema con el fin de facilitar la cooperación y comunicación en el terreno científico y técnico. Es por ello que durante la XI Conferencia General de Pesas y Medidas celebrada en París en 1960, tomó la resolución de adoptar el llamado con anterioridad Sistema Práctico de Unidades, como Sistema Internacional, que es, precisamente, como se le conoce a partir de entonces. El Sistema Internacional de Unidades (abreviadamente SI) distingue y establece, además de las magnitudes básicas y de las magnitudes derivadas, un tercer tipo son las denominadas magnitudes suplementarias.
Sólo siete magnitudes son necesarias para una descripción completa de la física:

| **Magnitud fundamental** | **Unidad** | **Símbolo** |
|---|---|---|
| Longitud | Metro | m |
| Masa | Kilogramo | kg |
| Tiempo | Segundo | s |
| Intensidad de corriente | Amperio | A |
| Temperatura | Kelvin | K |
| Cantidad de materia | Mol | mol |
| Intensidad luminosa | Candela | cd |

La definición de las diferentes unidades básicas ha evolucionado con el tiempo al mismo ritmo que física.
Así,
• 1 segundo de define actualmente según el Sistema Internacional de Unidades, un segundo es igual a 9.192.631.770 períodos de radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del isótopo 133 del átomo de cesio.
• 1 metro (m): es la longitud del trayecto recorrido por la luz en el vacío durante un intervalo de 1/299.792.458 de segundo.
• 1 kilogramo (kg): es la masa de un cilindro fabricado en 1880 compuesto de una aleación de platino-iridio (90% platino - 10% iridio), creado y guardado en unas condiciones exactas que se conserva en la Oficina de Pesas y Medidas en Sevres, cerca de París.
• 1 ampere (A): es la intensidad de corriente constante que, mantenida en dos conductores rectilíneos, paralelos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y colocados a una distancia de un metro el uno del otro, en el vacío, produce entre estos conductores una fuerza igual a 2 10-7 N por cada metro de longitud.
• 1 kelvin (K): unidad de temperatura termodinámica correspondiente a la fracción de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.
• 1 candela (cd): la intensidad luminosa, en dirección perpendicular, de una superficie de $m^2$ de un cuerpo negro a la temperatura de congelamiento del platino (2,042 K), bajo una presión de 101.325 $N/m^2$ .
• 1 mol (mol): cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kg de carbono 12.

Algunas unidades derivadas:

| **Magnitud Derivada** | **Unidad y Símbolo** |
|---|---|
| Área | $m^2$ |
| Volumen | $m^3$ |
| Velocidad | m/s |
| Aceleración | $m/s^2$ |
| Fuerza | $Kg.m/s^2$   Newton (N) |
| Energía | $Kg.m^2/s^2$ =N.m   Joule (J) |

Los múltiplos y submúltiplos de las unidades del SI representan potencias de diez de la unidad básica:

| **Múltiplos y submúltiplos** | | |
|---|---|---|
| ***Factor*** | ***Prefijo*** | ***Símbolo*** |
| $10^{-12}$ | pico | p |
| $10^{-9}$ | nano | n |
| $10^{-6}$ | micro | µ |
| $10^{-3}$ | mili | m |
| $10^{-2}$ | centi | c |
| $10^{-1}$ | deci | d |
| 10 | deca | da |
| $10^{2}$ | hecto | h |
| $10^{3}$ | kilo | k |
| $10^{6}$ | mega | M |
| $10^{9}$ | giga | G |
| $10^{12}$ | tera | T |
| $10^{15}$ | peta | P |

# LA CONVERSIÓN DE UNIDADES

La conversión de unidades es la transformación de una cantidad, expresada en una cierta unidad de medida, en otra equivalente, que puede ser del mismo sistema de unidades o no.
Este proceso suele realizarse con el uso de los factores de conversión y las tablas de conversión.

***Factores de conversión*:** relación de equivalencia entre dos unidades de la misma magnitud (cociente).

Frecuentemente basta multiplicar por una fracción (factor de conversión) y el resultado es otra medida equivalente, en la que han cambiado las unidades

Ejemplos

1) 40 g es una unidad de masa; si deseamos pasar a kg sabemos que

1kg=1000g  es decir  $1 = \frac{1kg}{1000g}$  ó  1= $\frac{1000g}{1kg}$

Multiplicando 40 g por el factor de conversión correspondiente

$$40g \cdot \frac{1kg}{1000g} = 0{,}040kg$$

2) Pasar 10800 segundos a hora

Sabemos 1h= 3600 s es decir $1 = \frac{1h}{3600s}$ ó $1 = \frac{3600s}{1h}$

Multiplicando 10800 s por el factor de conversión correspondiente

$$1800s \cdot \frac{1h}{3600s} = 3h$$

3) Expresar 108 **km/h** a **m/s**

Usamos dos factores de conversión

Como 1km = 1000m $\quad 1 = \frac{1000m}{1km}$

y como 1h = 3600 s es decir $\quad 1 = \frac{1h}{3600s}$

$$108\frac{km}{h} \times \frac{1000m}{1km} \times \frac{1h}{3600s} = 30\frac{m}{s}$$

## NOTACION CIENTIFICA

La notación científica nos permite escribir números muy grandes o muy pequeños de forma abreviada.

En la notación científica, se escribe el número en forma de producto de un número comprendido entre 1 y 9 por una potencia de base 10 con exponente positivo o negativo.

Ejemplo: el número 0,0000123 puede escribirse en notación científica como $1{,}23 \times 10^{-5}$
150.000.000.000 se escribe como$1{,}5 \times 10^{11}$.

## MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

Cotidianamente, también nosotros, utilizamos esas magnitudes para comprender, conocer, explicar y, en general, comunicarnos con los demás, pero en Física es conveniente diferenciar unas magnitudes de otras.
Existen sucesos que pueden describirse indicando sólo las medidas y las unidades correspondientes de las magnitudes que están involucradas en él por ejemplo el tiempo, la temperatura, la masa, etc. Este tipo de magnitudes se denominan **escalares**.
Hay otras magnitudes como la velocidad, la fuerza, etc., que necesita que se detallen además de la cantidad y la unidad, más cosas para que queden bien identificadas, (como la dirección, sentido y punto de aplicación). Estas magnitudes son las **vectoriales.**
Si digo que un auto se mueve con velocidad de 60 km/h no sabré hacia donde lo hace sino indico la dirección y el sentido.
Dentro de la física existen muchas magnitudes vectoriales como posición, desplazamiento, velocidad, aceleración, fuerza, momento, etc.
Las magnitudes vectoriales se expresan mediante entes matemáticos denominados ***vectores***, los cuales se representan por medio de un segmento de

recta orientado.

**Los elementos que definen a un vector son**:
La ***dirección*** o la recta de acción, que es la recta a la cual pertenece el vector
El ***sentido***, que está dado por la flecha
El ***punto de aplicación*** que es el extremo del vector opuesto hacia el que apunta la flecha.
El ***módulo o intensidad***, que está dado por la longitud del vector, comparada con la longitud de un determinado vector unidad.

Los vectores se simbolizan con letras destacadas en negrita o colocando sobre las mismas un pequeño vector horizontal **v; a;** F (vector velocidad, vector aceleración, vector fuerza)
Su módulo se indica colocando la letra entre barras verticales
En el lenguaje cotidiano, cuando decimos que un vehículo se desplaza a 80 Km/h, consideramos a dicha velocidad como una cantidad totalmente especificada, sin embargo, desde el punto de vista de la física, el vector velocidad, no está aún determinado mientras no se indique su dirección y su sentido; solamente se ha indicado ***el módulo de dicho vector velocidad que se suele llamar rapidez.***

## PESO Y MASA

Peso y Masa son términos de masa y peso que frecuentemente se utilicen como conceptos intercambiables en conversaciones coloquiales, sin embargo, son términos que se refieren a conceptos físicos muy diferentes.

La masa expresa la cantidad de materia mientras que el peso representa la fuerza resultante del efecto de la gravedad sobre esa cantidad de materia.

**Masa** es una magnitud escalar que cuantifica la cantidad de sustancia, lo que está relacionado sobre la cantidad y tipos de partículas.
Masa es una propiedad intrínseca de la materia, pues no depende de factores externos y por lo tanto para un determinado cuerpo su valor va a ser el mismo acá, en la luna, en cualquier cuerpo celeste o en cualquier lugar del universo

La unidad de medida para la masa en el Sistema Internacional es el kilogramo (kg).

*Peso* es el nombre que le damos vulgarmente a la fuerza gravitatoria, cuando está aplicada en las cercanías de la superficie terrestre. Por extensión se puede hablar de peso en las cercanías de la superficie de cualquier planeta o cualquier cuerpo celeste

En física clásica, el **Peso** se define como la fuerza que ejerce la Tierra, la luna o cualquier cuerpo celeste sobre la masa de un objeto.
Por ser una fuerza es una magnitud vectorial que se calcula como la masa por la gravedad. **P=m.g**

El peso, a diferencia de la masa, puede cambiar, dependiendo del lugar en el que se encuentre el cuerpo. Por ejemplo, un objeto pesa menos en la Luna, donde la gravedad es menor que en la Tierra.
La unidad en el Sistema Internacional para el peso en Newton (N) dado que es una fuerza. En el Sistema Técnico la unidad de fuerza es kilogramo fuerza (kgf o $\overrightarrow{kg}$ )
Tenga en cuenta la definición de ***kilogramo fuerza:*** es la fuerza con que un cuerpo de 1 kg masa es atraído por la tierra.
Por otro lado 1 kgf = 9,8 N
Así un cuerpo cuya masa es de 3 kg su peso es de 3 kgf o 29,4N

## EJERCITACION

1) Expresar 1,821 metros (m) en centímetros (cm) y en pies (ft). Dato: 1 ft= 0,3048 m

2) La masa de un cuerpo es igual a 4 Kg. Hallar su peso en Kgf y en N.

3) La Federación Internacional de Automovilismo (FIA) establece que el peso mínimo de los monoplazas los equipos Fórmula 1 en la actualidad es de 7134,4 N. ¿Cuál es su peso expresado en kgf y cuál es su masa?

4) Realizar las siguientes conversiones:
   a) 75 kg a mg   b) 2345 dm a km   c)200 cl a l

5) Si viajas en un tren de alta velocidad, puedes moverte a una velocidad de 288 km/h. Calcula esta velocidad en unidades del S.I.

6) El sonido es una onda que se propaga a una velocidad aproximadamente de 330m/s ¿Cuál es su velocidad expresada en km/h?

7) Realizar las siguientes operaciones, expresando el resultado en unidades del SI
   a) 2 km + 20 dm +120 cm
   b) 2 h + 20 min +32 s
   c) 200 ml + 104 cl

8) Expresa en kg la masa de una manzana de 195 g
9) Expresa en gramos la masa de tres cuartos de kilogramo de arroz.
10) Expresa en miligramos la masa de un tornillo de 2 gramos.
11) Expresa en litros el volumen de una gaseosa de 33 cl
12) Exprese con notación científica las siguientes cantidades:
    398000 , 740 0,0000076 10057, 24 8762541,98 2000000000000 0,00004

13) La densidad del agua a temperaturas ambiente es 1 $g/cm^3$ en el sistema cgs. Exprese dicha densidad en SI
14) Resolver:
    a) Cantidad de Km en 20 millas (1 milla = 5280 pie)
    b) 436 $pulg^2$ a $cm^2$   (1 pulgada = 2,54 cm)

c) 300000 Km/s a micrones/s (1 micrón = $10^{-3}$ mm)
d) Expresar 52,5 Km/h en m/s
e) Expresar 40 m/s en Km/h
f) Un cuerpo acelera a razón de 0,7 $ms^{-2}$. Pase esa aceleración a $Kmh^{-2}$

# Módulo 2

## ANÁLISIS VECTORIAL APLICADO A SISTEMAS EN EQUILIBRIO

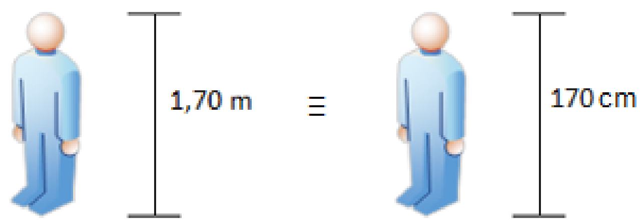
**Contenidos:**

- **Magnitudes escalares y vectoriales**
- **Expresión de un vector en coordenadas cartesianas y polares**
- **Operaciones con vectores**
- **Problemas de álgebra vectorial y cálculos gráficos**
- **Equilibrio de cuerpos puntuales y traslacional de cuerpos rígidos**
- **Vínculos. Reacciones de vínculo. Diagrama de cuerpo libre**
- **Momento de una fuerza**
- **Problemas de equilibrio de cuerpos puntuales y sólidos rígidos**

## MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

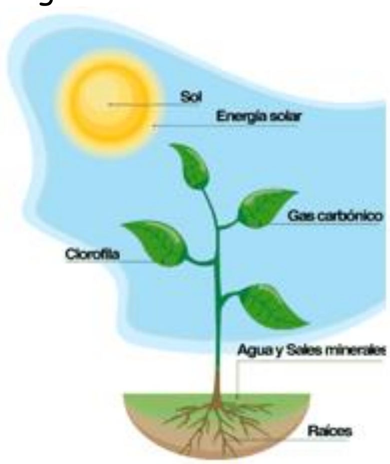
Como ya se ha dicho, ¨Magnitud¨ es todo aquel atributo o ¨propiedad¨ que se puede medir y expresarse en números. Este concepto, surge de la necesidad de expresar el estado, condiciones o características en que se encuentra un sistema físico bajo estudio.

Por ejemplo, si queremos expresar la altura de una persona, la magnitud mediante la cual describiremos dicha característica será la longitud, la cual a su vez la expresaremos mediante una unidad determinada (por ejemplo, podremos decir que una persona mide 1,70 metros si la unidad utilizada es metros, o 170 cm si la unidad utilizada es centímetros).

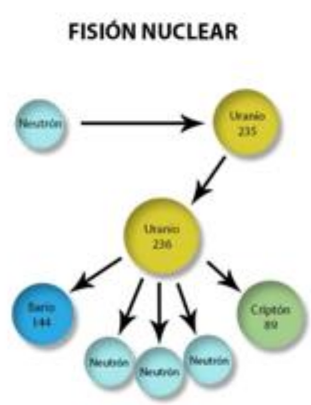



Altura de una persona

El mundo que nos rodea es por naturaleza cambiante, y se transforma. Esto se evidencia en todo tipo de procesos: desde procesos naturales de transformación de energía (tales como la fotosíntesis, donde la energía lumínica se transforma en energía química) hasta también en procesos de transformación de energía creados por el ser humano (por ejemplo, la generación de energía mediante la fisión nuclear):

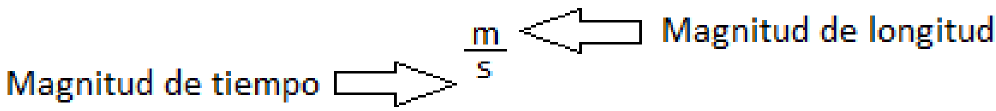



Fotosíntesis



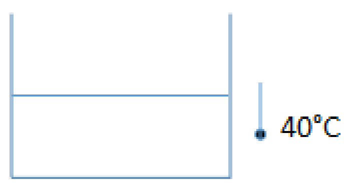

Fisión nuclear

Esto nos lleva al hecho de que las magnitudes deben relacionarse entre sí. Por ejemplo, si uno mira un automóvil desplazándose por la calle, dicho automóvil se moverá y cambiará su posición. Para que cambie su posición, se tuvo que mover y al hablar movimiento, necesariamente tenemos que hablar de la velocidad con que se movió. La velocidad es la relación entre la magnitud longitud y la magnitud tiempo (por ejemplo, se puede expresar en metros/segundos o kilómetros por hora):




Las magnitudes a su vez pueden ser escalares o vectoriales:

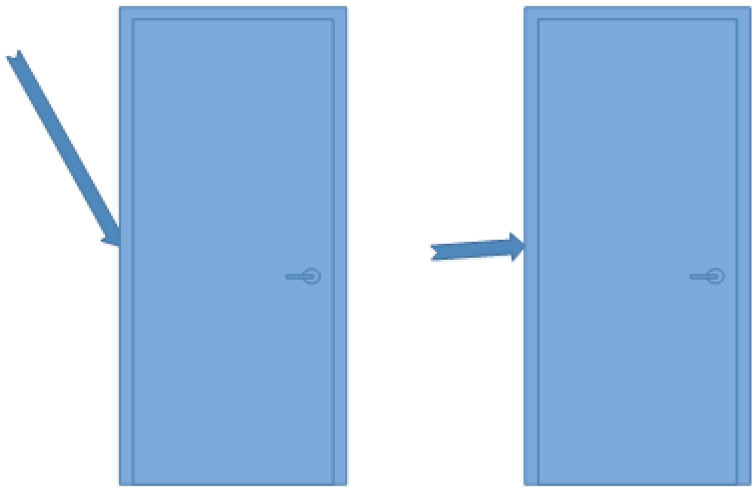
**Magnitudes escalares:** Son aquellas que, para definir el estado del sistema físico, sólo basta emplear un número y una unidad. Por ejemplo, 7 L define un volumen, 40°C define una temperatura y 5 $cm^2$ define una superficie.




Ejemplo: Temperatura de un líquido en un tanque

**Magnitudes vectoriales:** son aquellas que, para definir el estado del sistema físico, no basta un número, sino que además se debe especificar la dirección, y el sentido, ya que el efecto que tendrán sobre el sistema físico en estudio cambiará (es decir, si varía alguno de esos parámetros, cambia de distinta forma el estado del sistema).

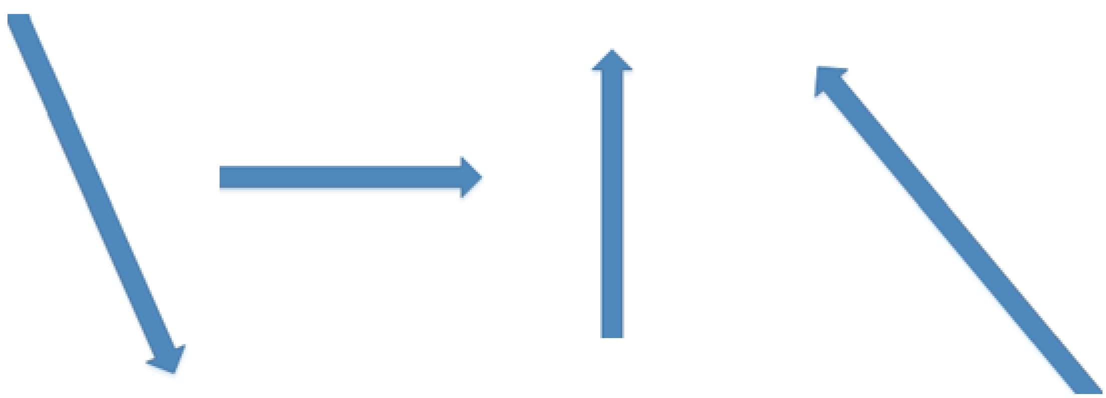
Por ejemplo, si aplico una fuerza de 10 $\overrightarrow{\mathrm{kg}}$ sobre una puerta, no es lo mismo si la aplico en un la bisagra que en el centro, tampoco es lo mismo si esa fuerza la aplico empujando la puerta que tirando la misma hacia mí, y tampoco es lo mismo si la aplico de frente a la puerta o si la aplico en diagonal. Si la flecha indica la fuerza, esto es:



Fuerza resultante de empujar la puerta a la izquierda y en diagonal.

Otra fuerza (menor) resultante de empujar la puerta a la izquierda pero levemente en diagonal hacia arriba.

Otro ejemplo puede ser la posición: no es lo mismo si mido la posición del Obelisco desde Ushuaia que si la mido desde Rosario.
Las magnitudes vectoriales se expresan mediante entes matemáticos que se representan mediante un segmento de recta orientado como los que se ilustran a continuación:

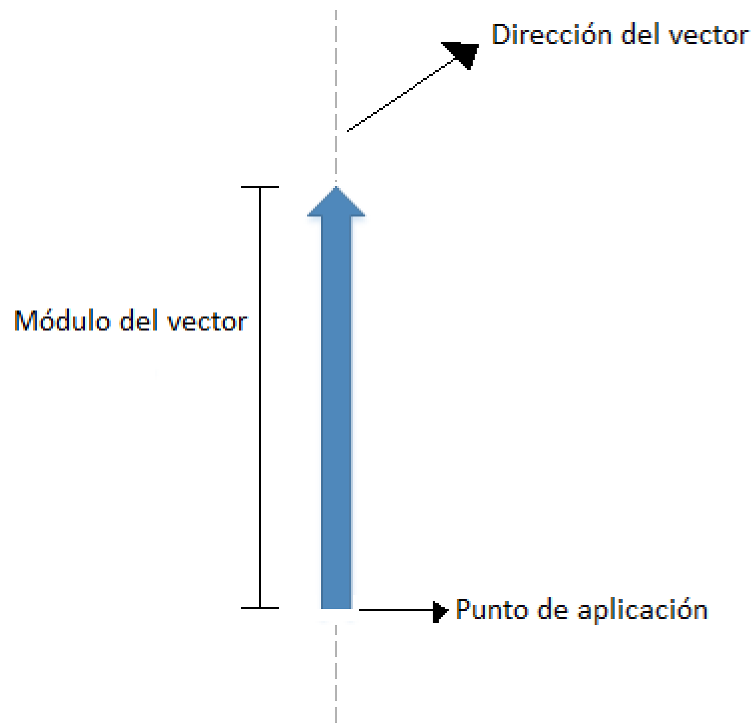


Los elementos que definen a un vector son:

- La dirección o la recta de acción, que es la recta a la cual pertenece el vector
- El sentido, que está dado por el extremo donde se encuentra la flecha.
- El punto de aplicación que es el extremo del vector opuesto hacia el que apunta la flecha.
- El módulo o intensidad, que está dado por la longitud del vector, comparada con la longitud de un determinado vector de módulo 1 denominado "versor"

(recordemos: siempre que decimos cuanto mide vale una magnitud la comparamos con un estándar conocido).

Todas estas características se ilustran en la siguiente imagen de un vector con sentido vertical hacia arriba:




Los vectores se simbolizan con letra en negrita o colocando sobre las mismas un pequeño vector horizontal.
Por ejemplo, el vector aceleración puede escribirse de la siguiente forma:

$\vec{a}$ ó **a**

Su módulo se indica colocando la letra entre barras verticales.

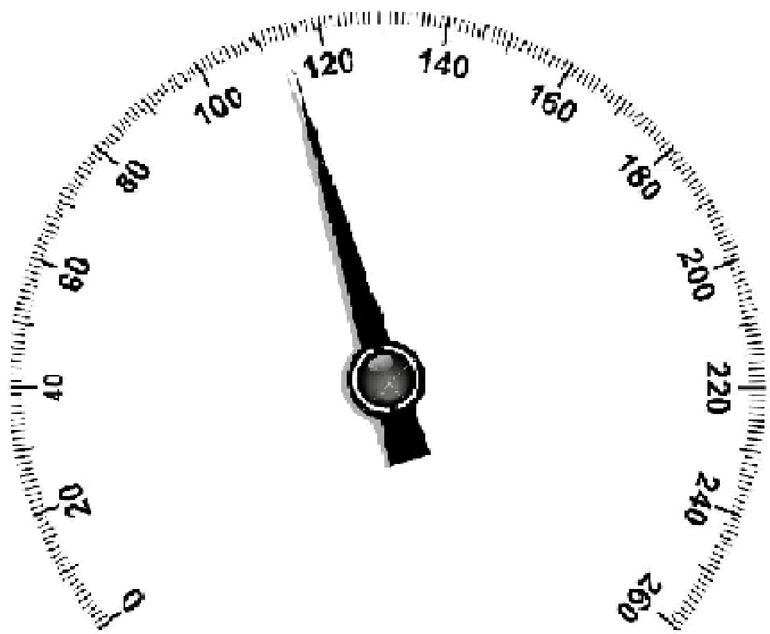
Por ejemplo, si el módulo del vector aceleración es 5 $m/s^2$, se escribe:

$$|\vec{a}| = 5\frac{m}{s^2}$$

Comentario sobre la velocidad:

En el lenguaje cotidiano, cuando decimos que un vehículo se desplaza a 80 km/h, consideramos a dicha velocidad como una cantidad totalmente

especificada, sin embargo, desde el punto de vista de la física, el vector velocidad no está aún determinado mientras no se indique su dirección y su sentido; solamente se ha indicado el módulo de dicho vector velocidad, que se denomina rapidez.
De esto se desprende que el velocímetro de un vehículo lo que verdaderamente nos indica es la rapidez y no la velocidad:




Velocímetro: instrumento indicador de rapidez

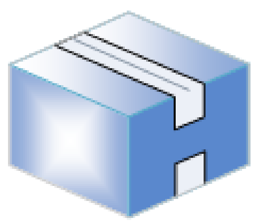
## EXPRESIÓN DE UN VECTOR EN COORDENADAS CARTESIANAS Y POLARES

### Vectores en el espacio

Un vector puede estar definido en una, dos o tres dimensiones.

Si definimos un vector **r** en el espacio, necesitamos tres dimensiones y por ende tres ejes (es decir, un eje por dimensión).

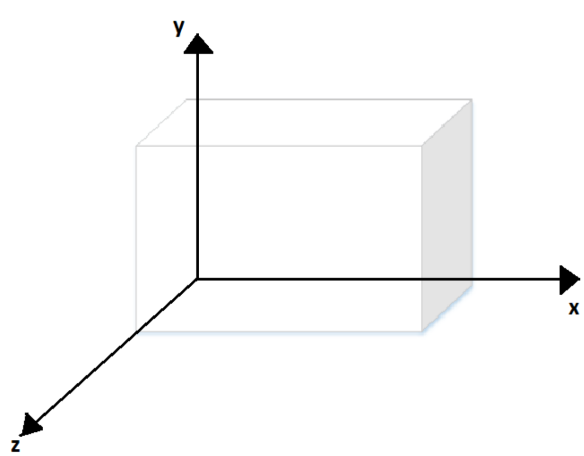
Este concepto es intuitivo: piense por ejemplo en la forma en que uno habla cuando habla de un cuerpo. En lenguaje cotidiano, para hablar de un prisma hablamos de 3 dimensiones: ancho, largo y alto. Un cuerpo prismático es por ejemplo una caja:



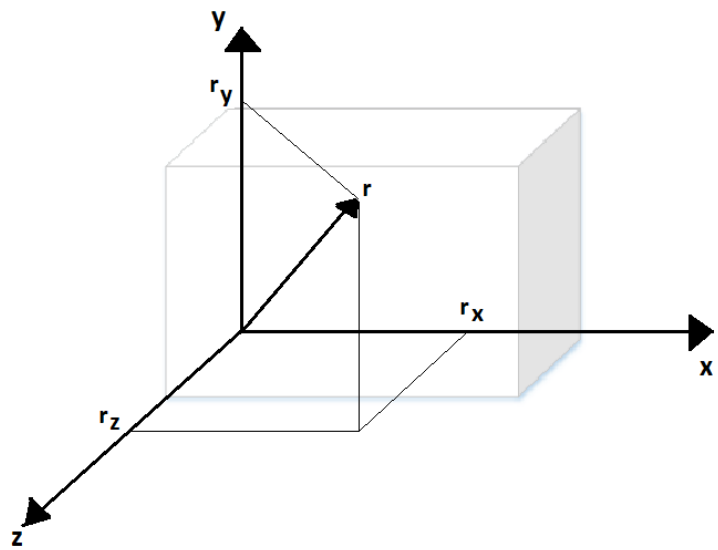
Una caja se describe por su alto, ancho y largo

Supongamos que queremos caracterizar la posición de un objeto dentro de un cuerpo prismático. Para dicha posición, deberé colocar tres ejes. Estos tres ejes formarán 90° entre sí, tal como se puede ver en el dibujo siguiente.

A dichos ejes los llamaré x, y y z, de la forma:



Si ese objeto se encuentra dentro de la caja, se puede denotar con un vector **r**, de componentes r en x, r en y y r en z, tal como se ilustra en el siguiente dibujo:




Las componentes del vector **r** son $r_x$, $r_y$ y $r_z$, que son las coordenadas del punto P en las direcciones del eje x, y, z, respectivamente.

Dichas componentes se representan mediante proyecciones sobre cada uno de los ejes (tal como se ve en las líneas de trazo más fino en el dibujo).

<u>Expresión cartesiana del vector</u>

Si llamamos i j k a vectores unitarios (es decir, de módulo 1 también llamados versores) en cada eje orientado en el sentido positivo de cada uno, denominados versores, el vector **r** se expresa como:

$$\mathbf{r} = r_x i + r_y\, j + r_z\, k$$

Esta es la expresión del vector a través de sus coordenadas cartesianas, o sea en función de sus componentes. Es la **expresión cartesiana** del vector

<u>Ejemplo:</u>

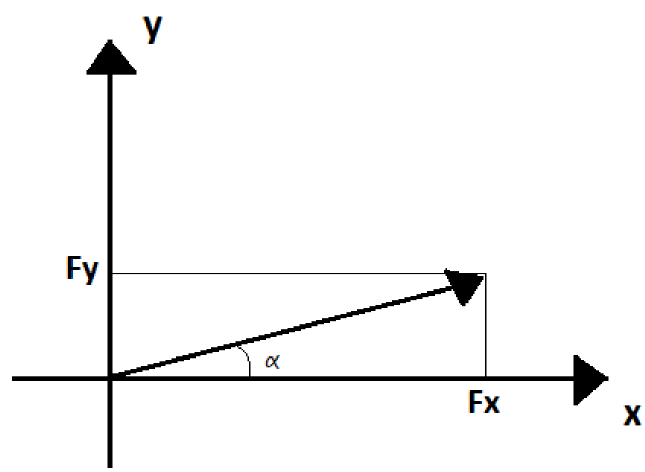
Si $r_x = 2$ m $r_y = 3$ m $r_z = 2.8$ m

**r** = 2 m i + 3 m j + 2.8 m k

<u>Vectores en el plano</u>

Si en vez de trabajar en el espacio trabajamos en el plano (por ejemplo, en una de las caras de una caja), uno de nuestros tres ejes enunciados previamente desaparecerá. Para casos de ese tipo tendremos solamente dos ejes, nombrados usualmente como eje x y eje y.

Un ejemplo de un vector en un plano puede verse a continuación:




Sea **F** el vector que representa la acción de una fuerza, sus componentes son $F_x$ en el eje x y $F_y$ en el eje y.

De forma cartesiana, expresamos al vector como:

**F** = $F_x$ i + $F_y$ j

Supongamos que para este caso (expresando la fuerza en la unidad kilogramo fuerza):

$$F_x = 4\ \overrightarrow{\text{kg}}.\ ;\ \ F_y = 2.5\ \overrightarrow{\text{kg}}.$$

Por ende, la expresión cartesiana será:

$$\mathbf{F} = 4\ \overrightarrow{\text{kg}}\ i + 2.5\ \overrightarrow{\text{kg}}\ j.$$

Expresión polar

Como se ve en el dibujo del ejemplo anterior, podemos ver que nos ha quedado determinado un triángulo rectángulo, porque entre la componente $F_x$ y la componente $F_y$ se forma un ángulo de 90°. Por ende, podemos calcular la hipotenusa de dicho triángulo, siendo la hipotenusa del mismo el módulo del vector F.

Procediendo de esa forma, obtendremos:

$$\boldsymbol{F} = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2}$$

Como:

$$F_x = 4\ \overrightarrow{\mathrm{kg}}.\ ;\ \ F_y = 2.5\ \overrightarrow{\mathrm{kg}}.$$

Tenemos:

$$\boldsymbol{F} = \sqrt{(4\ \overrightarrow{\mathrm{kg}})^2 + (2{,}5\ \overrightarrow{\mathrm{kg}})^2} = 4{,}72\ \overrightarrow{\mathrm{kg}}$$

A su vez, podemos también calcular el ángulo de dicho vector aplicando cualquiera de las tres principales funciones trigonométricas conocidas para triángulos rectángulos.

Aplicando la función trigonométrica tangente y siendo α (alfa) el ángulo tal como se puede ver en el dibujo, obtenemos:

$$\tan(\alpha) = \frac{F_y}{Fx}$$

Despejando el ángulo, se obtiene:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{F_y}{Fx}\right)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{2{,}5}{4}\right) = 32°0°19{,}38''$$

La expresión polar de F será:

$$F = (\ \mathbf{F}\ ,\ \alpha\ )$$

Para nuestro caso:

$$F = (\ \mathbf{4{,}72}\ \overrightarrow{\mathrm{kg}}\ ,\ 32°0°19{,}38''\ )$$

Obtención de la expresión cartesiana a partir de la polar

Ya hemos visto mediante el ejemplo como obtener la expresión polar a partir de la cartesiana.

Para realizar el camino inverso se debe obtener las componentes cartesianas de forma individual.

Para lograr dicho objetivo se opera de la forma siguiente:

$r_x = r \times \cos a.$

$r_y = r \times \text{sen } a.$

Estas componentes se obtienen a partir de aplicar las razones trigonométricas al triángulo rectángulo que queda determinado y despejar.

Ejemplo

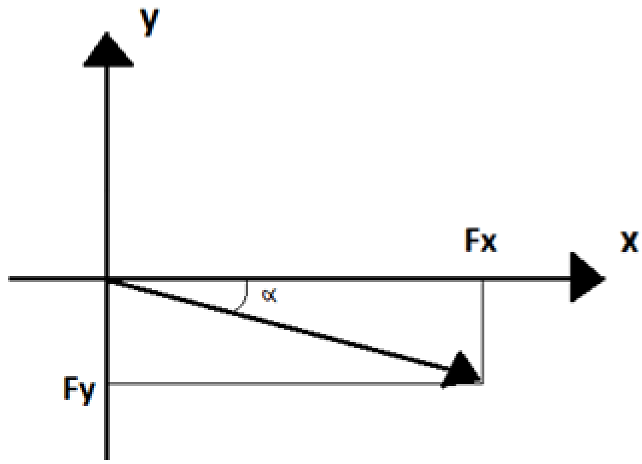
Dado un vector cuya expresión polar es:

$$F = ( \mathbf{8}\ \overrightarrow{\mathrm{kg}}\ , -40^\circ)$$

Hallar su expresión cartesiana

Resolución

Primeramente, siempre conviene graficar para visualizar la ubicación del vector. Como se ve, el ángulo es negativo y mide menos 40°, por lo tanto, estará ubicado en el cuarto cuadrante:




Por lo tanto, la componente $F_x$ será positiva y la componente $F_y$ será negativa.

Tal como se ha enunciado en la teoría, se forma un triángulo rectángulo, por lo cual para calcular las componentes utilizaremos razones trigonométricas:

$$\overrightarrow{F_x} = \left(8\ \overrightarrow{kg} \times \cos(-40^{\circ})\right) = 6{,}13\ \overrightarrow{kg}$$

$$\overrightarrow{F_y} = \left(8\ \overrightarrow{kg} \times \sin(-40^{\circ})\right) = -5{,}14\ \overrightarrow{kg}$$

Por ende, la expresión cartesiana del vector F será:

$$F = 6{,}13\ \overrightarrow{kg}\ i - 5{,}14\ \overrightarrow{kg}\ j$$

# OPERACIONES CON VECTORES

## SUMA Y RESTA DE VECTORES

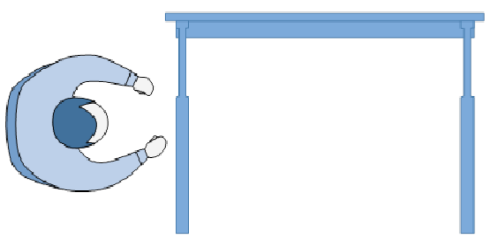
La multiplicación de un vector por un escalar, da como resultado otro vector. Por ejemplo, si voy en un automóvil por la ruta provincial número 2 y quiero ir al doble de velocidad de la que llevo actualmente, calcularé la velocidad deseada simplemente multiplicando por 2 al vector velocidad que llevo en ese momento.

Al multiplicar por 2, no modifiqué el sentido, ni la dirección del vector. Sólo modifiqué su magnitud. Obtendremos un nuevo vector con el doble de magnitud.

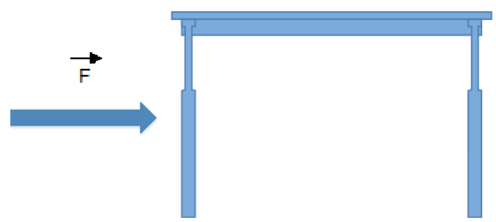
Dicho esto, veamos algunas operaciones algebraicas con vectores.

Las magnitudes físicas representadas por vectores se pueden a veces sumar o restar. Así un par de fuerzas aplicadas sobre un cuerpo dan a veces una fuerza resultante que es la suma o composición de ambas fuerzas individuales.

Por ejemplo, si una persona empuja una mesa ejercerá una determinada fuerza F sobre la misma:

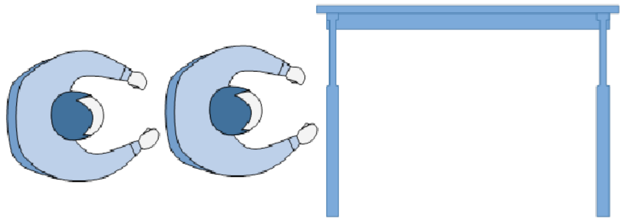


Persona empujando una mesa

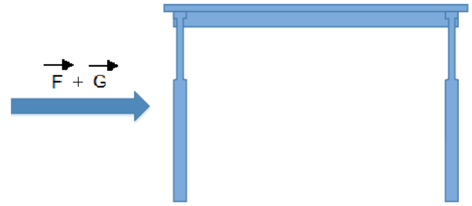



Representación de la fuerza ejercida por la persona sobre la mesa

Si a su vez otra persona ayuda a la persona que está empujando la mesa y la empuja, sobre la mesa se ejercerá una fuerza mayor. Esta situación se ilustra en la siguiente imagen, donde se llama G a la fuerza que ejerce la segunda persona:

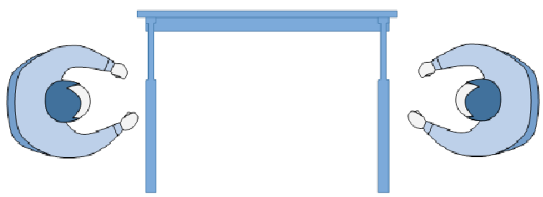


Persona que empuja a la que ya estaba empujando

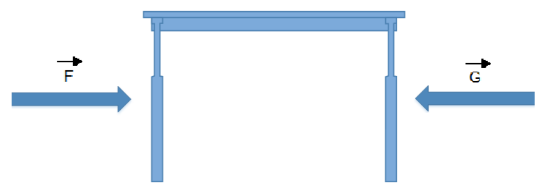



Representación de la fuerza ejercida por ambas personas sobre la mesa

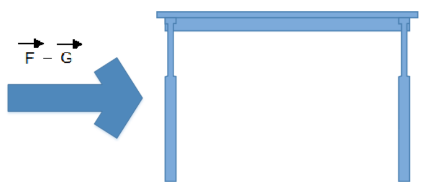
Si en vez de empujar a la que ya estaba empujando se sitúa del otro lado de la mesa, en vez de sumar su fuerza G a la F, la otra persona le restará efecto a la fuerza que la persona ya estaba ejerciendo sobre la mesa. De esto se desprende que la fuerza del lado izquierdo de la mesa será la resta de F-G:



Persona que empuja en sentido contrario




Representación de cada fuerza ejercida por las personas




Representación de la fuerza ejercida por ambas personas sobre la mesa

Dicha fuerza obtenida será la fuerza RESULTANTE (denotada $F_{ER}$ o R) de aplicar ambas fuerzas al mismo sistema.

La fuerza necesaria para que el sistema esté en equilibrio (es decir $\sum F=0$) se denomina fuerza equilibrante (denotada $F_{EQ}$).

$$R + F_{EQ}=0$$

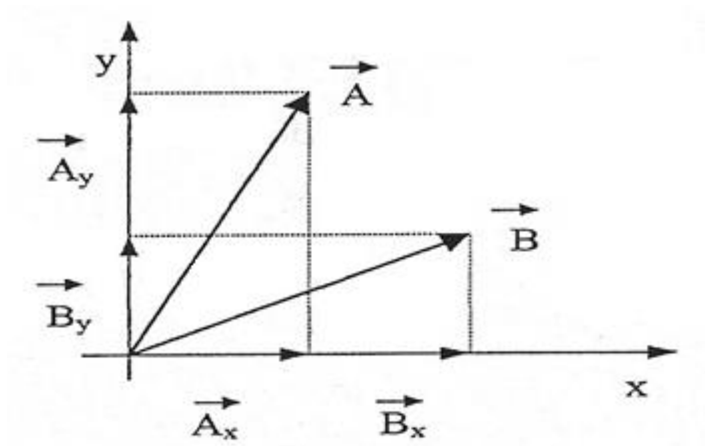
De aquí, resulta que:

$$F_{EQ} = - R$$

Es decir, es igual y opuesta a la fuerza resultante.

Solo pueden sumarse vectores que tengan iguales unidades, es decir, que representen la misma magnitud física (esto es: no puede sumarse una velocidad con una fuerza porque a pesar de que ambas son vectores, son magnitudes físicas diferentes).

Consideremos dos vectores **A**; **B**, de iguales dimensiones (no necesariamente longitudes), de iguales unidades y aplicados al mismo punto donde colocamos un sistema de referencia, sobre el cual resultan las componentes:




Como se ve, ambas componentes A y B, tienen distinta dirección.

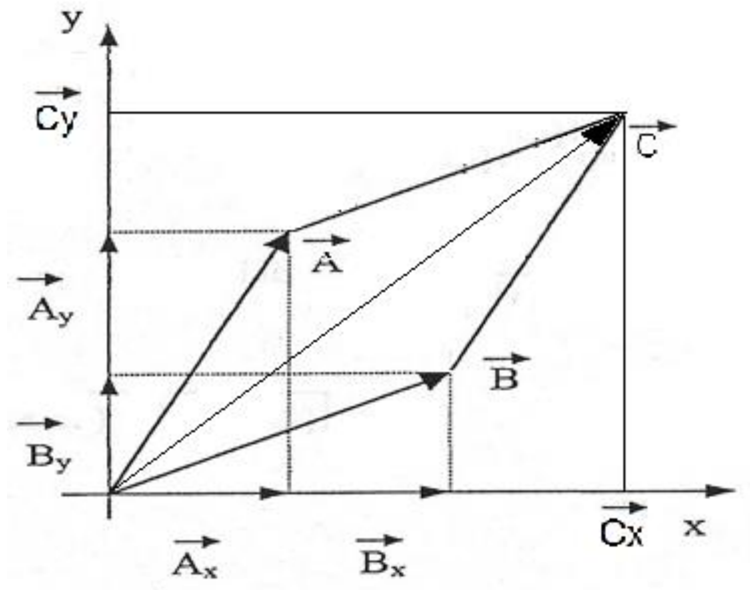
Ambos vectores se pueden representar como:

$A = (A_x, A_y)$ $\qquad$ $B = (B_x, B_y)$

El vector **C** = **A** + **B** tendrá componentes:

$C_x = A_x + B_x$ ; $\qquad$ $C_y = A_y + B_y$

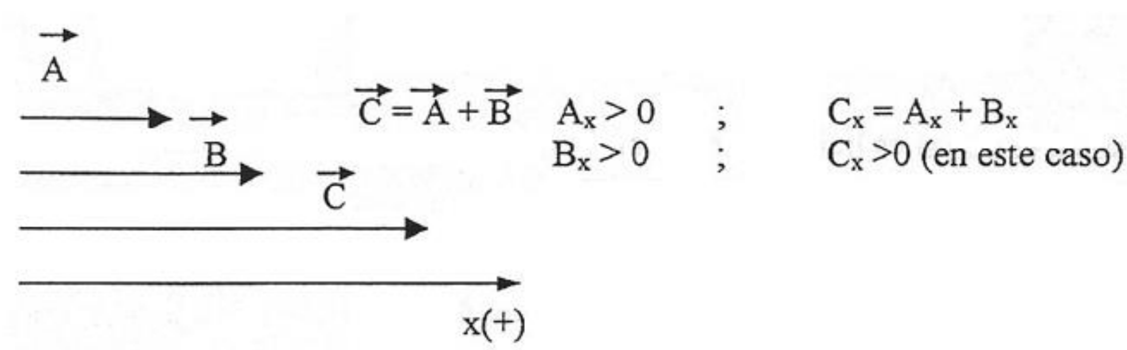
Que resultan de sumar las componentes cartesianas de los vectores sumadas.



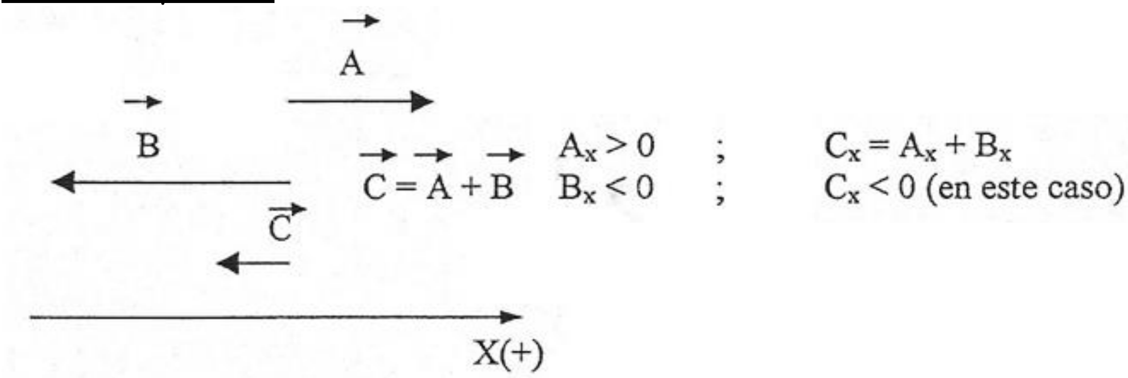

Como se puede ver en el gráfico y tal como se enuncia, se puede ver que la suma de las distancias del origen hasta $A_x$ y hasta $B_x$ es igual a $C_x$. Y lo mismo sucede en el eje de ordenadas y.

Sumar dos vectores colineales, simplemente es hallar otro vector cuya longitud sea la suma algebraica de las longitudes individuales, su dirección es coincidente con la de los vectores sumados y el sentido el mismo del vector de mayor longitud:

<u>Sentidos iguales</u>



Sentidos opuestos

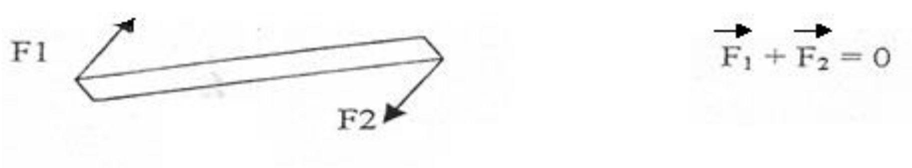


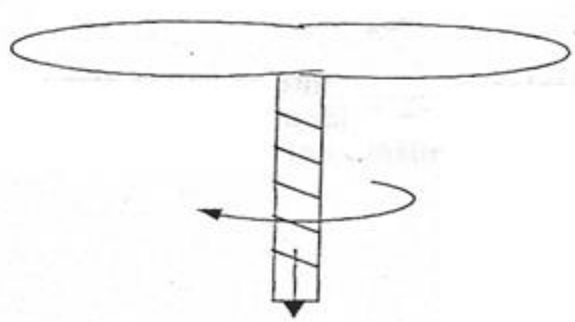

Los casos en que es lícito o no sumar vectores, se estudian en cada capítulo de la física.

Fuerzas opuestas y de igual módulo sobre rectas paralelas

El ejemplo de dos fuerzas opuestas y de igual módulo que actúan sobre rectas paralelas (llamado par o cupla de fuerzas) muestra que no es lícito en este caso reemplazarlas por el vector suma.

Este caso es:



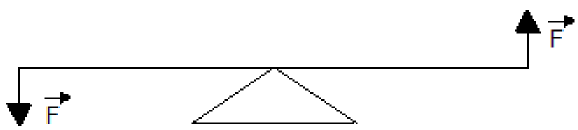
Efectivamente, la suma será:

$$R=F_1+F_2$$

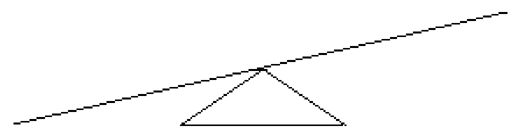
Es nula, pues $F_1$ y $F_2$ tienen direcciones paralelas, sentido opuesto y la misma intensidad.

Sin embargo, no es lo mismo aplicarle una cupla (es decir, aplicar ambas fuerzas) al sacacorchos que no aplicarle ninguna fuerza: en el primer caso penetra en el corcho, en el segundo se queda inmóvil.

Piense por ejemplo también en qué sucede al aplicar estás dos fuerzas en los extremos de un subibajas. En vez de anularse entre sí, aplicar ambas fuerzas ejercerá el mismo efecto en el subibajas. Esto se puede ver en el siguiente esquema:




A la izquierda, fuerza F producto de empujar hacia abajo el subibajas. A la derecha, fuerza F producto de empujar hacia arriba el subibajas.

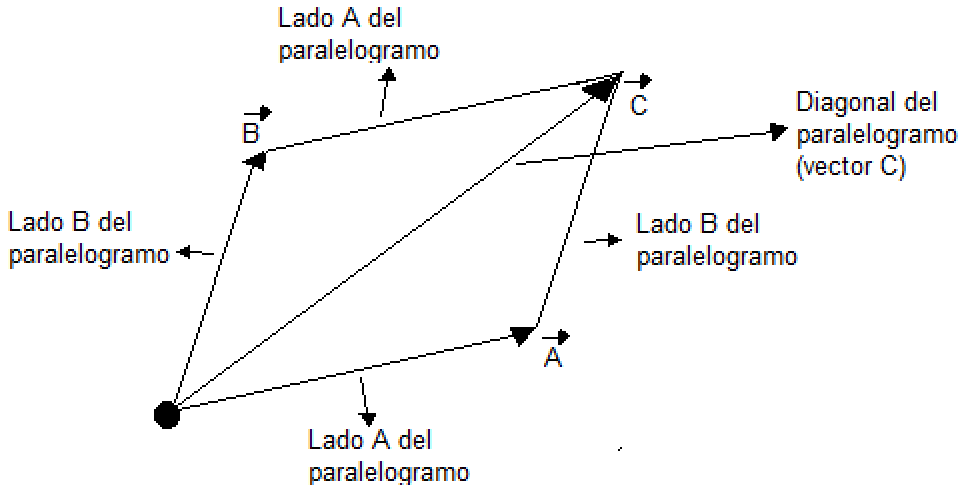


Posición del subibajas debido a las fuerzas aplicadas

Este caso lo discutiremos más adelante.

Un caso en el que sí es lícito reemplazar dos fuerzas por su suma vectorial, es cuando ambas están aplicadas en el mismo punto (caso con el cual explicamos la suma y resta).

El cálculo de la suma de vectores a través de sus proyecciones da los mismos resultados que aplicar la llamada "regla del paralelogramo", donde el vector *C* coincide con la diagonal del paralelogramo construido con lados *A* y B:

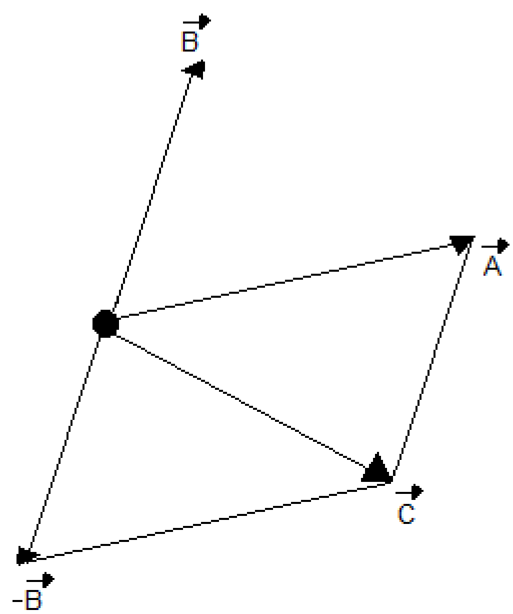



El vector resta puede deducirse del vector suma con:

C=A-B=A+(-1)B

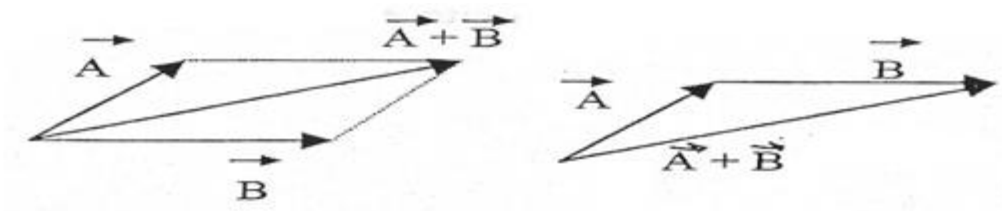
Es decir, la resta de vectores puede verse como un caso especial de la suma, ya que se invierte el sentido del vector que se está restando.

Para el caso anterior la resta sería:




Observe que en la suma la construcción del paralelogramo se puede reemplazar por un triángulo, prescindiendo de dos lados.

Dado otro ejemplo:




Y para la resta sucede lo mismo.

Un caso particular importante de la suma es la operación inversa a la descomposición de un vector en componentes, que hemos visto en el caso descripto de un objeto en una caja.

Es fácil ver que la suma vectorial de las tres componentes "reconstruye" el vector **r** que antes habíamos descompuesto.

La **Descomposición en componentes vectoriales** se representa como:

$$\mathbf{r} = r_x + r_y + r_z$$

La D**escomposición en coordenadas y versores se representa como:**

$$\mathbf{r} = r_x\, i + r_y\, j + r_z\, k$$

Ejemplo

Hallar la expresión de par ordenado (en S.I.) de $F_2$ sabiendo que:

$$\overrightarrow{F_1} = (20\ kgf; 30\ kgf)$$

y:

$$\vec{R} = (50\ kgf; 51{,}3^\circ)$$

Resolución:

Sabemos que la fuerza F1 es (expresada en componentes cartesianas):

$$\overrightarrow{F_1} = (20\ kgf; 30\ kgf)$$

Y la resultante (en componentes polares) es:

$$\vec{R} = (50\ kgf; 51{,}3^\circ)$$

O, expresada en componentes cartesianas:

$$\vec{R} = (50\ kgf \times \cos(51{,}3^\circ)\,; 50\ kgf \times \sin(51{,}3^\circ))$$

Es decir:

$$\vec{R} = (31{,}26\ kgf; 39{,}02\ kgf)$$

Además, sabemos que si a la fuerza incógnita F2 le sumo F1, obtengo la resultante. Matemáticamente esto es:

$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \vec{R}$$

Por ende, despejando:

$$\overrightarrow{F_2} = \vec{R} - \overrightarrow{F_1}$$

Como tenemos las componentes cartesianas de R y F1, podemos restar las componentes en x de dichas fuerzas para obtener la componente en x de F2 y hacer lo mismo con las componentes en y.

Esto es:

$$\overrightarrow{F_2} = (31{,}26\ kgf - 20\ kgf; 39{,}02\ kgf - 30\ kgf)$$

$$\overrightarrow{F_2} = (11{,}26\ kgf; 9{,}02\ kgf)$$

Pasando a Newton (es decir, multiplicando cada componente por 9,81) obtenemos:

$$\overrightarrow{F_2} = (110{,}46\ N; 88{,}48\ N) \equiv (110\ N; 88{,}5\ N)$$

**PROBLEMAS DE ÁLGEBRA VECTORIAL Y CÁLCULOS GRÁFICOS**

**1-** Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores, expresados en coordenadas polares:

a) a = ( lO; 300°)
b) b = ( $2^{1/2}$; 135°)
c) c = ( 0,5; -30°)
d) d = ( 40; 220°)
e) e = ( $3^{1/2}$; -240°)
f) f = ( 8; 180°)
g) g = ( 1; 0°)
h) h = (O; -125°)

2- Hallar módulo y argumento de los siguientes vectores expresados en coordenadas cartesianas

a) a = (4; 5)    b) b=(-2;8)    c) c = (-10; -1)    d) d = (O; 4)

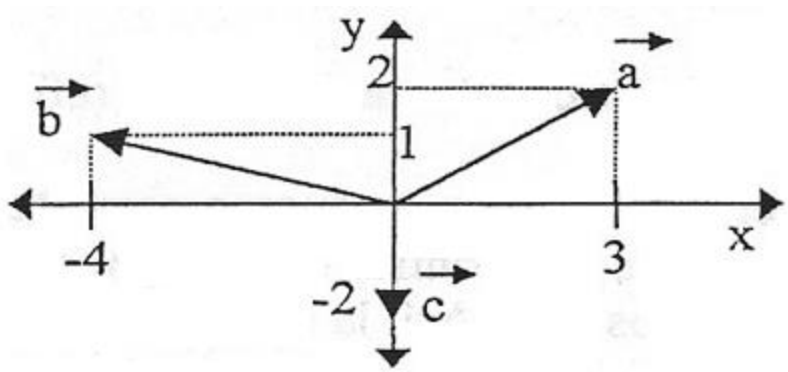
e) e=(1;-2)    f) f= ($3^{1/2}$; O)    g) g=(-3;-4)    h) h = ( $2^{1/2}$; $-2^{1/2}$ )

3- Dados los vectores a = (3; 4), b= (-2; 1) Y c = (5; O) resolver las siguientes operaciones entre vectores:

a) a + b
b) a - b
e) 2.b + 3.c
d) -4.a + 'l2.c

4- Hallar módulo y argumento de la suma de los vectores a, b y c definidos en el punto anterior.

5- a) Hallar módulo y argumento del vector suma de los tres vectores indicados en la figura




b) Siendo **V** un vector tal que:

$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$ , y siendo la expresión polar de los vectores sumandos:

$V_1 = (3; 30°)$

$V_2 = (10; 90°)$

$V_3 = (2; 120°)$

$V_4 = (1; 125°)$

Determinar V gráficamente, en coordenadas cartesianas y en polares.

6- Hallar **r** = a + b + c + d, siendo la expresión polar de los vectores sumandos la siguiente:

a =( 5; 45°)    b =( 2; 30°)
c= ( 4, 53°)    d = ( 4; 15°)

Hallar la suma de vectores pedida en forma analítica y en forma gráfica y expresar el resultado en forma cartesiana y polar.

## EQUILIBRIO DE CUERPOS PUNTUALES Y EQUILIBRIO TRASLACIONAL DE CUERPOS RÍGIDOS

La condición general de equilibrio para un cuerpo sometido a un sistema de fuerzas (o sea, varias fuerzas) aplicadas a un punto material o un sistema de fuerzas aplicadas a un cuerpo extenso, concurrentes a un mismo punto de dicho cuerpo, es que no actúe fuerza neta sobre él o bien que la resultante de las fuerzas aplicadas sea cero.

Dicho cuerpo no está acelerado y permanece en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme (con velocidad constante).

Ese estado es de equilibrio traslacional.

Si hay fuerza, hay aceleración, y si hay aceleración hay cambio de velocidad (para el caso del cuerpo quieto, la velocidad es 0, y si le aplico una fuerza la velocidad comenzará a tener un valor distinto de 0).

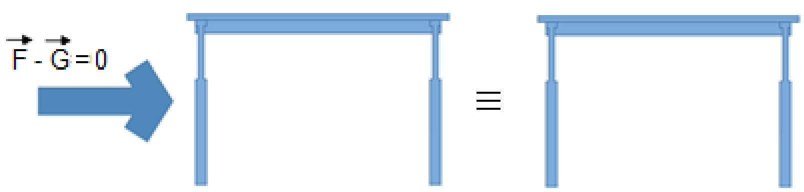
Para el primero caso (estado de reposo), piense en un cuerpo que está quieto en una determinada posición: si nadie altera su estado, el cuerpo permanecerá quieto indefinidamente.

Para el segundo caso (movimiento rectilíneo uniforme), piense en una persona que va corriendo: la persona permanecerá corriendo a la misma velocidad a no ser que ella decida cambiar su velocidad (si frena reduce su velocidad y si acelera aumenta su velocidad).

Piense en el caso de un corredor de 100 m llanos: el corredor estará constantemente acelerando, debido a que irá cada vez más rápido. ¿Cómo logra esto? "Haciendo fuerza".

Un corredor ejerce una fuerza sobre su cuerpo. De esa manera, acelera, y como acelera, cambia su velocidad y va cada vez más rápido. Como se ve, el origen de este efecto es la fuerza que aplica.

En el ejemplo citado en este módulo donde dos personas empujaban una mesa, dicha condición se logrará si ambas personas ejercen la misma fuerza pero en sentido contrario (es decir, para el ejemplo donde ambos empujaban en sentido opuesto: $\vec{F} - \vec{G} = 0$).




Si la fuerza de ambas personas es igual, es equivalente aplicar que no aplicar fuerzas

Es posible que sobre un cuerpo en equilibrio traslacional actúen fuerzas, pero su suma vectorial debe ser cero (como en el caso de la mesa citado aquí).

Por lo tanto, la condición para el equilibrio traslacional de un cuerpo está expresada por:

$\Sigma F_i = O$ *

Donde el símbolo $\Sigma$ (letra griega sigma) significa "Suma de" y $F_i$ se refiere a la suma de fuerzas que actúan sobre el cuerpo ( por ejemplo si actúan 5 fuerzas, el subíndice i varía entre 1 y 5 y la suma abreviada * es equivalente a escribir: $F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 = 0$ )

El proceso más sencillo para analizar el equilibrio de un cuerpo consiste normalmente en establecer un sistema de ejes coordenados y encontrar las componentes de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo a lo largo de estos ejes. Así, la ecuación vectorial * se sustituye por las tres ecuaciones escalares (con los tres ejes x, y y z explicados anteriormente):

$\Sigma F_x = 0$ suma de las componentes en el eje x

$\Sigma Fy = 0$ suma de las componentes en el eje y

$\Sigma F_z = 0$ suma de las componentes en el eje z

Si se cumple que la sumatoria de las fuerzas es 0 en todas las direcciones (representadas por los tres ejes), el sistema permanecerá quieto.

## Vínculos. Reacciones de vínculo. Diagrama del cuerpo libre

Denominaremos cuerpo libre al que puede tener cualquier clase de movimientos en cuanto a trayectorias.

Por ejemplo, un punto o cuerpo moviéndose en el espacio sin ninguna restricción.

En cambio, una mesa apoyada en el piso puede experimentar varios movimientos, pero no hacia abajo del piso; obviamente si se trata de un piso firme y no de arena o nieve, por ejemplo, y dentro de los límites de resistencia. Una puerta puede girar, en general, alrededor de su eje, donde están las bisagras. Si es corrediza podrá deslizarse según una recta, que será su guía.

Otro ejemplo puede ser una canilla empotrada en una pared no será un cuerpo libre, ya que no se podrá mover libremente cualquier trayectoria.

Un subibaja, una carretilla, o una hamaca, tendrán sus restricciones al movimiento. Denominaremos vínculo a todo dispositivo que puede trabar o limitar el libre movimiento de los cuerpos. Es posible reemplazar estos vínculos por fuerzas que producen el mismo *efecto* que los vínculos, o sea traban la libre movilidad de los cuerpos.

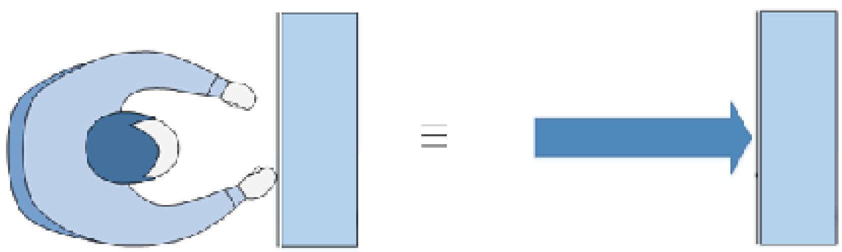
*****En este curso introductorio consideramos el cuerpo en estado sólido. En estado fluido (líquido o gas) no pueden resistirse (sin desplazamientos relativos, sin fluir) fuerzas tangenciales

Si un cuerpo rígido (es decir, indeformable ante la aplicación de fuerzas externas) se encuentra en reposo bajo la acción de un sistema de fuerzas debemos admitir que siempre es posible reemplazar los vínculos por fuerzas de modo tal que permanezca el cuerpo en reposo. A las fuerzas que reemplazan los vínculos, en las condiciones mencionadas, las denominaremos reacciones de vínculos.

El esquema o dibujo o diagrama donde aparece el cuerpo, las fuerzas que actúan y las reacciones de vínculos se lo denomina "diagrama del cuerpo libre", y se lo designa como DCL.

El procedimiento de trabajo debe ser realizar, primero, un dibujo donde aparezca el cuerpo vinculado y las fuerzas que actúan y luego, inexorablemente, hacer un diagrama del cuerpo libre.

En el diagrama de cuerpo libre se coloca el cuerpo bajo estudio y se dibujan las fuerzas que actúan. Por ejemplo, si quiero analizar el efecto de la fuerza que ejerce sobre una pared una persona que empuja:

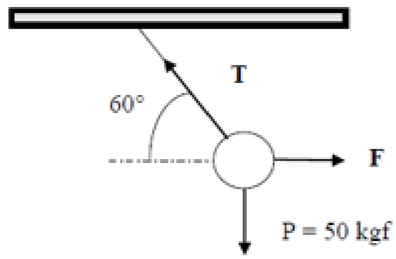


La persona empujando la pared puede representarse en un diagrama donde sólo aparece el cuerpo bajo estudio (la pared en este caso) y el efecto que ejerce la persona sobre ella mediante el dibujo de una fuerza.

Este concepto se profundizará en módulos posteriores.

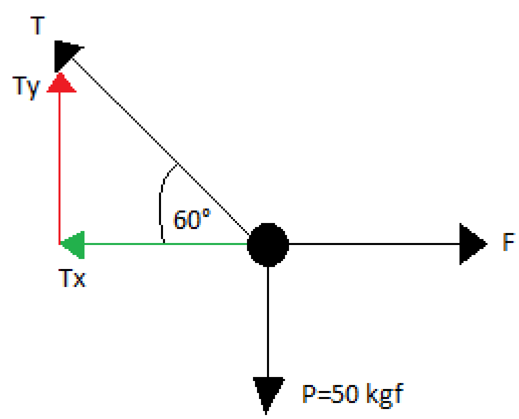
Ejemplo

Hallar el valor de las fuerzas F y T para que el sistema de la figura se encuentre en equilibrio (expresar resultados en S.I.):




Resolución:

Primeramente, se debe descomponer la tensión que se encuentra formando un ángulo de 60° con la horizontal. Al descomponer dicha tensión encontraremos sus componentes en la dirección de x e y. Es decir:




Se puede observar que la tensión, junto a sus componentes, forman un triángulo rectángulo siendo la tensión la hipotenusa de dicho triángulo y las componentes los catetos del mismo.

Tomando como referencia los 60 grados indicados en el enunciado del problema podemos decir que el cateto opuesto será la componente en y. El cateto adyacente será la componente en x.
Por lo tanto, las componentes serán iguales a:

$$\cos(60^\circ) = \frac{T_x}{T}$$

$$T_x = T \times \cos(60°)$$

y:

$$\sin(60°) = \frac{T_y}{T}$$

$$T_y = T \times \sin(60°)$$

Luego, como ya tenemos todas las fuerzas en la dirección x e y, ya podremos realizar sumatoria de fuerzas en esas direcciones. Como el sistema se encuentra en equilibrio la sumatoria de dichas fuerzas debe ser igual a cero en ambas direcciones.

En la dirección del eje x tenemos la componente en x de la tensión (Tx) y la fuerza F. Considerando como positivo hacia la derecha, la sumatoria de ambas resulta:

$$\sum F_x = F - T_x = 0$$

Reescribiendo a la componente Tx como:

$$T_x = T \times \cos(60°)$$

Obtenemos:

$$\sum F_x = F - T \times \cos(60°) = 0$$

Despejando:

$$F - T \times \cos(60°) = 0$$

$$F = T \times \cos(60°)$$

Cómo se ve, queda la fuerza F en función del valor de la tensión por el momento desconocida.

Para averiguar el valor de la tensión desconocida realizamos la sumatoria de fuerzas en el eje y. Considerando como positivas las fuerzas hacia arriba, obtenemos:

$$\sum F_y = T_y - P = 0$$

Reescribiendo Ty como:

$$T_y = T \times \sin(60°)$$

Obtenemos:

$$\sum F_y = T \times \sin(60°) - P = 0$$

Como P=50 kgf:

$$\sum F_y = T \times \sin(60°) - 50\ \mathrm{kgf} = 0$$

Despejando de allí, se obtiene:

$$\sum F_y = T = \frac{50\ \mathrm{kgf}}{\sin(60°)} = 57{,}735\ \mathrm{kgf}$$

En Newton:

$$T = \frac{50\ \mathrm{kgf}}{\sin(60°)} = 57{,}735\ \mathrm{kgf} = 566{,}38\ \mathrm{N} = 5{,}66 \times 10^2 \mathrm{N}$$

Luego, con dicho valor de T, ya podemos hallar el valor de la fuerza F ya que la misma estaba en función de la tensión.

Por ende, la fuerza F resulta:

$$F = T \times \cos(60°)$$

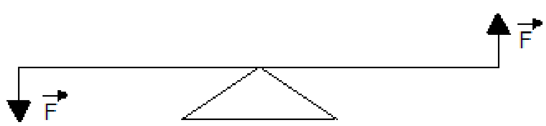
$$F = 57{,}735\ \mathrm{kgf} \times \cos(60°) = 283{,}19\ \mathrm{N} = 2{,}83 \times 10^2 \mathrm{N}$$

## Momento de una fuerza

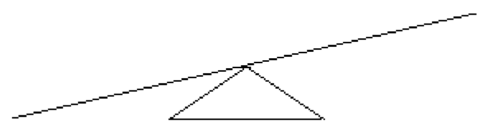
Podemos aplicar como ejercicio las condiciones de equilibrio a un sistema de fuerzas coplanares aplicadas a un cuerpo rigido que puede girar en torno de un eje fijo. Las fuerzas actúan en un plano que es perpendicular a dicho eje. (por ejemplo: palanca, polea, balanza, torno, puerta, etc.)

Se llama momento de una fuerza con respecto a un punto al producto de la intensidad de la fuerza por la distancia del punto a la recta de acción de la fuerza.

El signo es positivo cuando tiende a hacer girar el cuerpo en el sentido contrario a las agujas de reloj. Por ejemplo, en el caso ya visto:




A la izquierda, fuerza F producto de empujar hacia abajo el subibajas. A la derecha, fuerza F producto de empujar hacia arriba el subibajas.



Posición del subibajas debido a las fuerzas aplicadas

Ambas fuerzas ejercerán un momento positivo respecto al centro (que se puede pensar como un eje fijo).

Se designa el momento de una fuerza F con respecto a un punto O como:

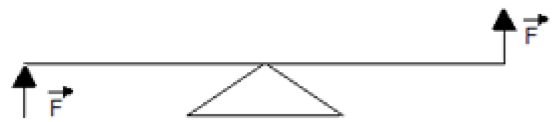
$$M_{F,0} = F.d$$

siendo **d** la distancia normal de la recta de acción de la fuerza **F** al punto **0**

Es decir, un cuerpo rigido que puede girar en torno a un eje, sometido a la acción de un conjunto de fuerzas contenidas en un plano perpendicular al eje, permanecerá en equilibrio rotacional si cumple que la sumatoria algebraica de los momentos de las fuerzas aplicadas con respecto a un centro de momentos O es igual a cero.

Para el caso del subibajas mencionado, dicho cuerpo no estará en equilibrio rotacional, sino que girará debido a la acción de ambas fuerzas.

Dicho cuerpo estaría en equilibrio rotacional si, siendo las dos fuerzas F iguales y ubicadas a la misma distancia del centro de giro, se cumple esta situación:




Si ambas fuerzas F son iguales, el sistema no girará, ya que la fuerza ubicada a la izquierda lo hará girar en sentido de las agujas del reloj, mientras que la fuerza ubicada a la derecha lo hará girar en igual magnitud pero en sentido contrario a las agujas del reloj.

Recuérdese que debe tomarse cada momento con su respectivo signo.

$$\Sigma \mathbf{M_i} = 0$$

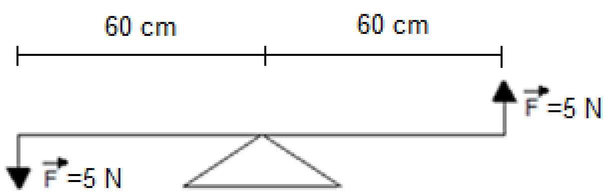
a lo que debe sumarse la condición de equilibrio traslacional:

$$\Sigma \mathbf{F_i} = 0$$

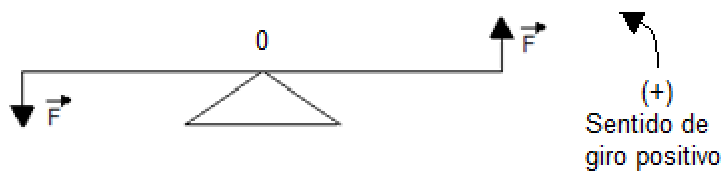
Ejemplo de ejercicio de momento de fuerzas

Asignémosle valores al cada caso del subibajas:

Caso 1




Tomemos como centro de referencia el punto indicado como "0" en el diagrama, y asignemos como positivo el sentido de giro contrario a las agujas del reloj (tal como se definió en la teoría):




La fuerza F ubicada a la derecha del centro de referencia, hará girar el sistema en sentido contrario a las agujas del reloj, por lo cual tendrá un sentido de giro positivo y el producto F por distancia será positivo.

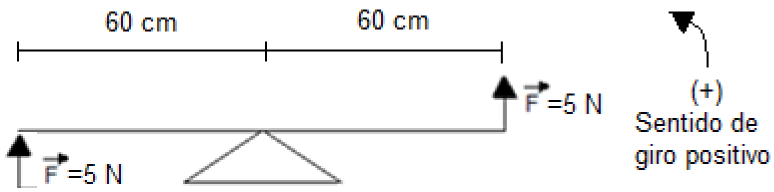
La fuerza ubicada a la izquierda también hará girar el sistema en el sentido de giro positivo. Expresando los centímetros en metros y planteando la sumatoria de momentos:

$$\sum M = 5\ N \times 0{,}06\ cm + 5\ N \times 0{,}06\ m = 600\ Nm$$

Por lo tanto se ejercerá sobre el sistema un momento en de 600 Nm en sentido de las agujas del reloj positivo.

En este caso, como los módulos de la fuerzas son iguales (5 N cada uno), la sumatoria de fuerzas es igual a 0 y por lo tanto NO existe movimiento de traslación.

Caso 2




Realizando el mismo razonamiento que en el caso anterior:

$$\sum M = 5\ N \times 0{,}06\ cm - 5\ N \times 0{,}06\ m = 0\ Nm$$

Para este caso, analice:

¿Qué otra fuerza existe? (Ya que el cuerpo sólo puede rotar y no tener movimiento de traslación)

**PROBLEMAS DE EQUILIBRIO DE CUERPOS SÓLIDOS RIGIDOS**

Nota: Se trabajará solamente con fuerzas coplanares

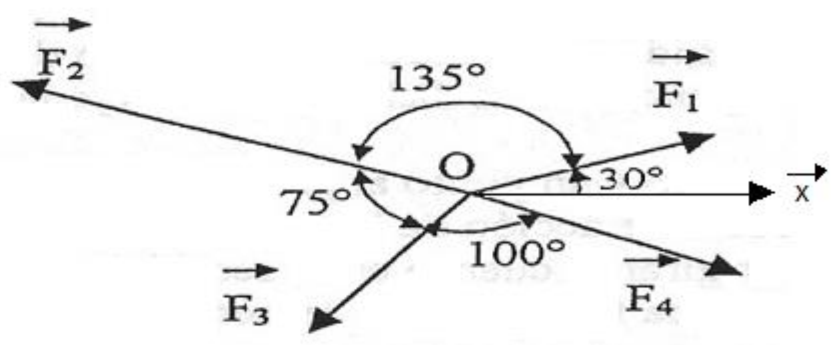
1- ¿Cuáles son las condiciones que deben cumplir dos fuerzas, aplicadas a un punto material, para estar en equilibrio?

2- Dos fuerzas, $F_1 = 100$ N Y $F_2 = 50$ N, aplicadas a un punto material, forman un ángulo de 30° y-45°, respectivamente, con respecto al semieje positivo de las x. Representar ambas fuerzas en una escala adecuada y determinar gráficamente la dirección, intensidad y sentido de la resultante y de la equilibrante.

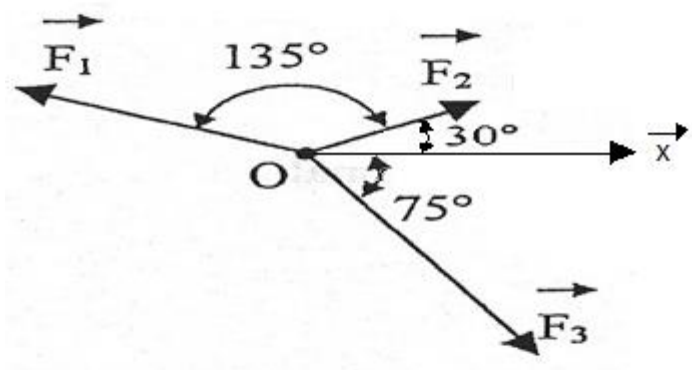
3- Resolver analíticamente, con el método de las proyecciones sobre dos ejes ortogonales, el problema anterior y comparar los resultados obtenidos.

4- Sea un referencial cartesiano x y. Una fuerza de 200 N forma un ángulo de treinta grados con el semi eje positivo de las x. Descomponerla gráfica y analiticamente en las direcciones de las x e y.

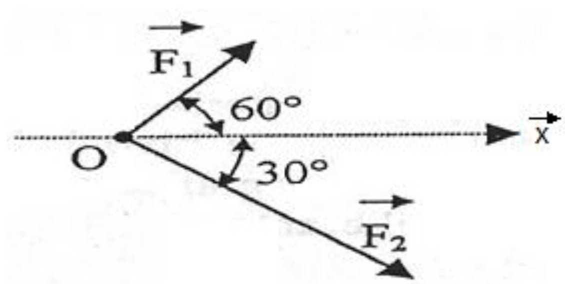
5- Dado el sistema de fuerzas coplanares de la figura, aplicadas al punto material O, hallar la resultante aplicando el método de las proyecciones. Volver a resolver, gráficamente, y comparar los resultados. .
$F_1 = 100$ N; $F_2 = 200$ N; $F_3 = 150$ N; $F_4 = 120$ N



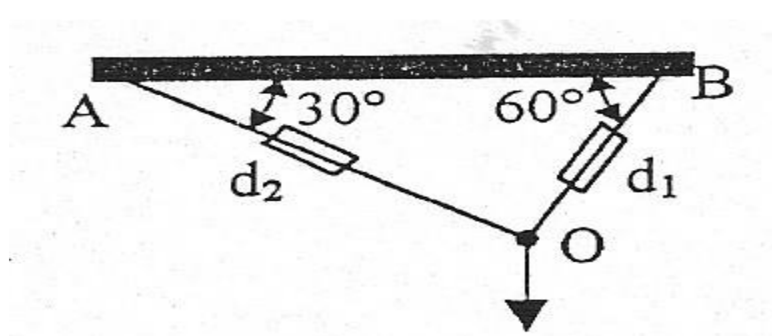
6- El sistema de fuerzas indicado en la figura está aplicado a un punto material 0. Calcular la dirección, intensidad y sentido de la fuerza que es necesario agregar al sistema, para que el punto material permanezca en reposo, o sea, que la totalidad de las fuerzas constituya un sistema n equilibrio.
$F_1$ = 80 N; $F_2$ = 40 N; $F_3$ = 120 N




7- Dos fuerzas aplicadas a un punto material O tienen como intensidad $F_1$ =50 N y $F_2$ = 86 N con las direcciones indicadas en la figura. Calcular la resultante y la equilibrante. Resolver gráficamente y analíticamente.




8- Si la fuerza F = 200 N está aplicada al punto material O, ¿qué indican los dinamómetros $d_1$ y $d_2$ intercalados en los hilos AO y OB de la figura?



9-Entre dos postes distantes 40 metros se tiende un cable de 44 metros de largo, de cuyo punto *medio* pende un artefacto de iluminación que pesa 100 N. Si suponemos despreciable el peso del cable ¿cuál es la fuerza que ejerce cada mitad del cable?.

10- Una lámpara está sostenida mediante dos cuerdas de peso despreciable, una sujeta al techo y la otra a una pared. Si los ángulos son 20º y 70º respectivamente respecto a las normales y el peso de la lámpara es de 250 N, determine las fuerzas que deben ejercer las cuerdas.

11- Analizar la siguiente proposición: "un conjunto o sistema de fuerzas aplicadas a un punto material está en equilibrio cuando su resultante vale cero y, esa es condición necesaria y suficiente."

12- Analizar la misma proposición anterior pero reemplazando las palabras punto material por "cuerpo rígido"

13- Un punto material cuyo peso es de 40 N, se encuentra sobre un plano inclinado un ángulo de 30 grados con la horizontal. Hallar las componentes vectoriales del peso, paralela y perpendicular (normal) al plano. Hallar, también, la fuerza $F_1$ paralela al plano, que debe aplicarse a dicho punto para que éste permanezca en reposo.

14- Para el problema anterior hallar la fuerza que debe aplicarse al punto material para que permanezca en reposo, si dicha fuerza debe formar un ángulo de treinta grados respecto al plano inclinado.

15- Una viga de 12,5 m está soportada en horizontal por dos soportes distantes entre sí de modo de dejar en voladizo 2m de cada lado.
La viga se considera de peso despreciable y está cargada con pesos verticales de:

125 Kg en el extremo izquierdo
200 Kg a 3,5 m de la carga anterior
340 Kg a 3,5m de la carga anterior (a7 m del extremo izquierdo)
180 Kg a 3 m del extremo derecho

Calcular las reacciones de vínculo en los soportes. Rta: 480 Kg y 365 Kg

16- Un peso de 100 Kg está colgado con una cuerda de un techo. Se tira del peso con una fuerza horizontal hasta que la cuerda forma un ángulo de 70° con el techo.
Hallar la fuerza horizontal y la tensión en la cuerda. Resolver y fundamentar por análisis analítico y gráfico. Rta: 36,4 y 106 Kg respectivamente.

# MÓDULO 3

## CINEMÁTICA

**Contenidos:**

- **Introducción**
- **Marcos de referencia y sistemas de coordenadas**
- **Vector posición y trayectoria**
- **Movimientos rectilíneos en el espacio tiempo: desplazamientos en el espacio y su relación con el tiempo**
- **Velocidad media- Velocidad instantánea- Rapidez**
- **Aceleración**
- **Movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.) y uniformemente variado (M.R.U.V.)- Encuentro**
- **Movimientos verticales: Tiro vertical y caída libre**
- **Problemas de aplicación**

# INTRODUCCIÓN

Este módulo comienza con un título de más interesante: ¨Cinemática¨. Pero, ¿qué es la Cinemática? Podría decirse que después de la Matemática, la Física es una de las Ciencias más puras, ya que usa, justamente a la Matemática, como único lenguaje de comunicación. La Física es un intento humano de comprender la realidad en las que estamos inmersos sin atribuciones divinas y siempre, desarrollándose en función de la necesidad del hombre de explicar los fenómenos de la Naturaleza.

La intención última, no radica en el conocimiento, sino en el control de las fuerzas de la naturaleza para uso y beneficio del hombre.

Las máquinas de hoy, de todo el mundo, todas, operan bajo leyes bien definidas y esas, son leyes del movimiento. Estamos acercándonos. Antes de abarcar estas leyes, deberemos pasar por diferentes conceptos previos, que puedan aclararnos el panorama. Bienvenidos! La Mecánica Clásica hace su aparición en este preciso momento.

Iniciaremos el estudio de la Física dentro de la Mecánica (que es la parte de la Física que estudia el movimiento de los cuerpos) que se divide en dos grandes ramas: La Cinemática y La Dinámica.  En este módulo nos ocuparemos sólo de la Cinemática en una y dos dimensiones. En ambos casos trataremos solamente el movimiento de partículas o cuerpos puntuales que pueden ser grandes como una pelota de fútbol o un automóvil. Solo nos concentraremos en describir el movimiento.

¡Empecemos!

## MARCOS DE REFERENCIA Y SISTEMAS DE COORDENADAS

La Cinemática es la parte de la Física que estudia el movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que lo originan, es decir, estudia y describe movimiento de uno o varios cuerpos. ¿Y cómo lo describe? Bueno, desarrollando un lenguaje con estructura matemática como cimientos, que permita modelizar lo que se estudia.

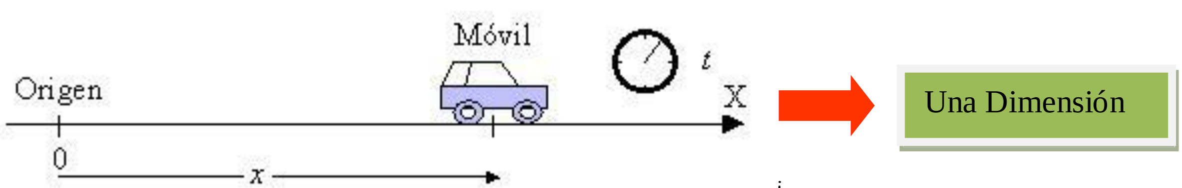
¿Qué significa estar en movimiento? ¿Qué significa estar en reposo? ¿Cómo sé que algo se está moviendo? ¿Cómo puedo afirmar que algo está quieto? ¿Se mueve el pasajero que lee el diario sentado en su butaca del tren? ¿Me muevo en este preciso momento?

Para poder hablar de movimiento, lo primero que debemos hacer es definir un sistema de referencia. Pero: ¿Qué es un Sistema de referencia?

Para empezar, podemos decir que el estado de ¨movimiento¨ o ¨reposo¨ de un cuerpo es RELATIVO y no ABSOLUTO. Eso quiere decir, que va a depender desde dónde uno se pare para realizar esa observación y respecto a qué lo compare. Es decir, aparece acá la idea de ¨medida¨. Por ejemplo, respecto a la pregunta: ¿Se mueve el pasajero que lee el diario sentado en su butaca del tren? La respuesta es….bueno……depende…

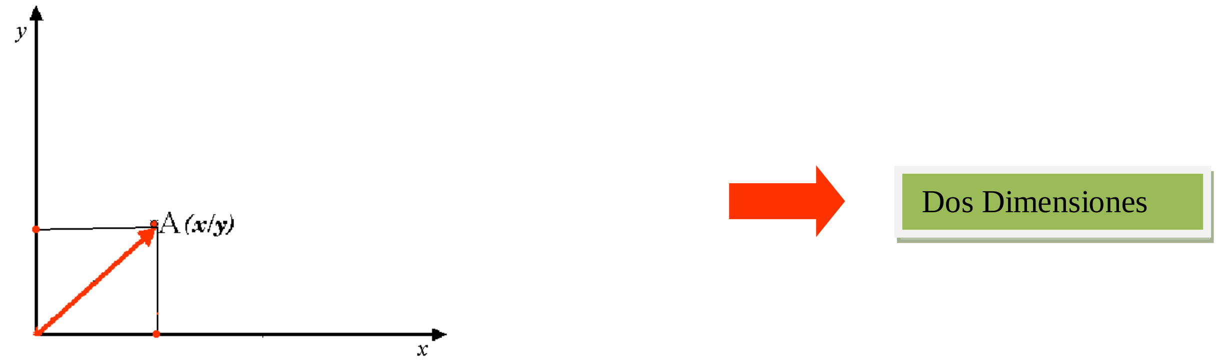
Respecto a la Plataforma, y a los que están saludando, el pasajero se está moviendo pero, respecto de su compañero de butaca, él está en reposo. Por lo tanto, la Plataforma y el Tren, representan en este caso dos Marcos de Referencia distintos que nos permiten establecer esa ¨condición¨ de reposo o movimiento del que hablábamos al principio.

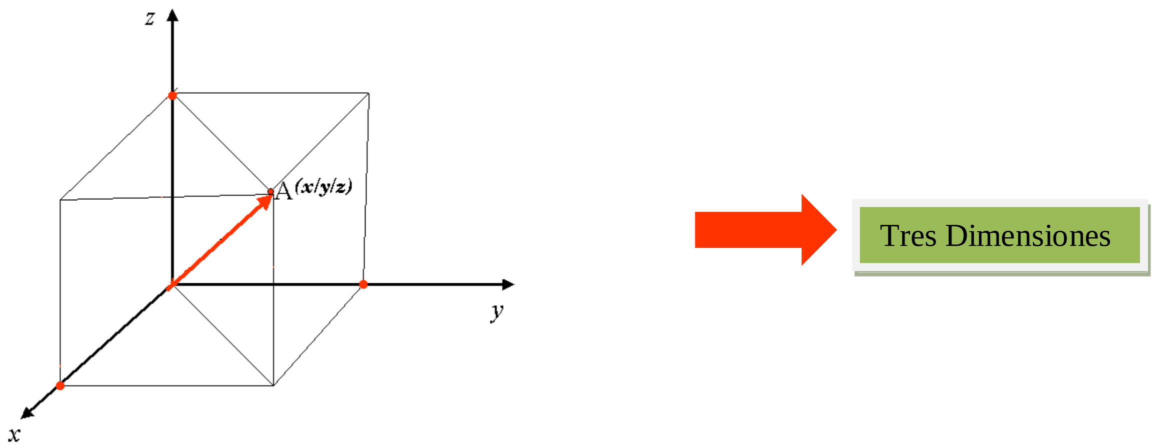
El problema del movimiento, como se empieza a ver, es muy complejo. ¿En cuántas dimensiones vivimos? No es una pregunta trivial, ya que el sistema de referencia se elige de acuerdo al tipo de Movimiento que vaya a estudiarse, es decir, si es en una, dos o tres dimensiones.



[i]

[i] https://www.educaplay.com/learning-resources/1370843-mua_y_movimiento_en_el_plano.html




Como se ve, cada Sistema de Referencia mostrado, de acuerdo a cómo se considere el movimiento, viene dado por ¨ejes¨ coordenados ¨x¨, ¨y¨ y ¨z¨ en el caso del movimiento en dos o tres dimensiones, se intersectan en forma perpendicular en un punto llamado origen. Esos ¨ejes¨ coordenados, forman un Sistema de Coordenadas que será nuestro Sistema de Referencia. Ese Sistema puede ser ¨Cartesiano¨, ¨Polar¨, ¨Esférico¨, etc.

En cada caso, deberá especificarse el signo de la dirección, es decir, cuál es positiva y cuál es negativa. Entonces, si queremos describir correctamente el movimiento de un cuerpo, deberemos definir con mucho cuidado el Sistema de Referencia a utilizar ya que, conceptos como  posición, velocidad y aceleración, en un dado tiempo, quedarán determinados por el Sistema o Marco de Referencia.

En general, en los estudios que realizamos en este curso, el Sistema de Referencia asumido es la Tierra aunque, no se descarta que algunos problemas requieran de una definición distinta del Sistema de Referencia.

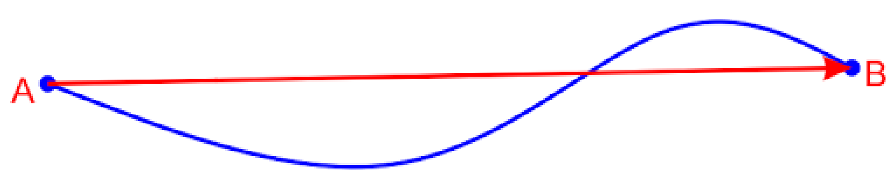
## LA UBICACIÓN EN EL ESPACIO: VECTOR POSICIÓN Y TRAYECTORIA

Lo que nos interesa de un cuerpo es el movimiento que tiene en una recta, en el plano, o en el espacio. No será de nuestro interés saber de qué está hecho el objeto de estudio. Puede ser un cohete espacial o un mosquito, no importa. Lo único que queremos es describir su movimiento en el espacio. Para esto, se idealiza el cuerpo en cuestión y se lo considera como si fuese un punto en el espacio. Todo su volumen y su forma, se resumen en un solo punto y eso recibe el nombre de ¨Partícula¨.

Se acuerdan de la pregunta que hicimos al comienzo del módulo: ¿Qué significa estar en movimiento? ¿Qué significa estar en reposo? ¿Cómo sé que algo se está moviendo? ¿Cómo puedo afirmar que algo está quieto? Bueno, estamos en condiciones de acercar alguna respuesta…

Decimos que toda partícula se mueve, si la vemos cambiar de lugar, es decir, si ocupa distintos lugares en distintos instantes, es decir, si cambia su posición, es decir, si antes estaba en el punto ¨a¨ y ahora está en el punto ¨b¨. Toda partícula en movimiento recibe el nombre de móvil.

Para describir el movimiento de un móvil, necesitamos definir ciertos parámetros ya que, no es suficiente con saber que cambió de posición, también resulta importante saber qué caminos realizó para llegar de un punto a otro. Por ejemplo:



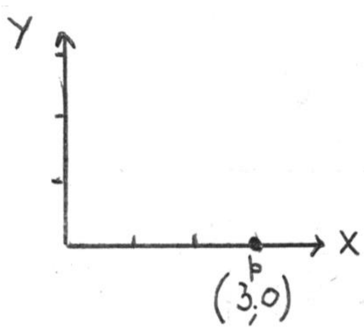

Desplazamiento de A a B [ii]

A este camino que describe la partícula cuando se mueve es lo que vamos a llamar ¨Trayectoria¨. Es decir, es el conjunto de las sucesivas posiciones que ocupa un cuerpo en movimiento a través del tiempo.

Por otro lado, deberíamos decir en dónde se ¨localiza¨ la partícula en determinados instantes y para eso es necesario incorporar el concepto de ¨Posición¨ y ambos, deben distinguirse muy bien para poder avanzar en nuestra descripción.

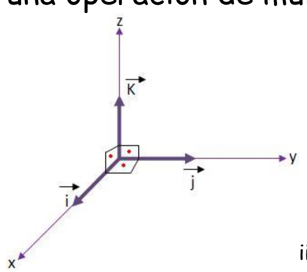
[ii] https://sinproblemasfis.wordpress.com/2013/07/07/mru/

La posición de una partícula no es nada más que su localización en el espacio o en el espacio-tiempo y para definir la posición de un cuerpo en un determinado instante, necesitamos de un sistema de referencia u origen de coordenadas.
Por ejemplo, analicemos el siguiente diagrama:
Una partícula puede estar ubicada en el eje x. Es decir, se mueve en una sola dimensión. Entonces, podría representarse del siguiente modo:

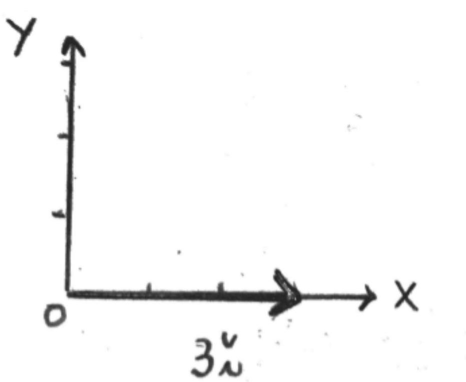



Pero esto no es otra cosa más que un punto. Para que podamos hablar de posición, es necesario que podamos ¨convertir¨ ese punto en un vector. ¿Y cómo ¨convertimos¨ el punto (3;0) en un vector?

Bueno, como ese punto está ubicado sobre el eje ¨x¨, existen unos vectores llamados ¨versores¨, de magnitud 1 (uno) que pueden transformar, mediante una operación de multiplicación, el escalar 3 en un vector de igual magnitud.



[iii]



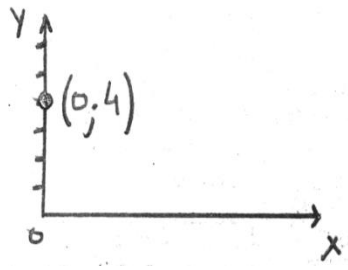

Por lo tanto, nuestro punto anterior que se encuentra a una distancia 3 del observador, del origen, del cero de coordenadas, puede escribirse como el vector $3\check{\imath}$

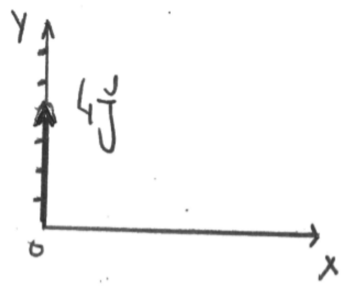
$\vec{r} = 3\check{\imath}$

Una dimensión

[iii] https://www.colegioweb.com.br/vetores/representacao-de-um-vetor-com-o-uso-de-versores.html

Este punto está ahora ubicado sólo en el eje ¨y¨ y deberemos hacer lo mismo que en el caso anterior. Entonces, como el punto está a una distancia 4 del origen de coordenadas sobre el eje ¨y¨ puede escribirse como el vector $4\hat{j}$

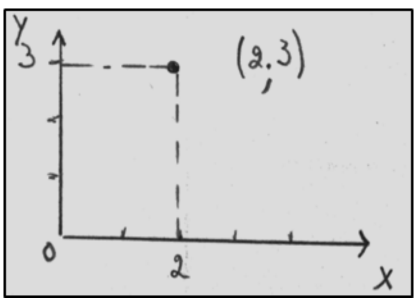


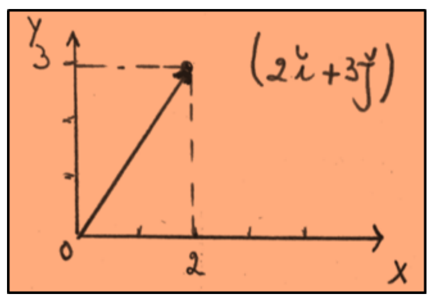

$\vec{r} = 4\hat{j}$

Una dimensión

Hasta acá, venimos considerando que la posición de nuestra partícula está, o en el eje ¨x¨ o en el eje ¨y¨. Pero, ¿Puede estar en los dos? La respuesta es sí.




Punto




Vector

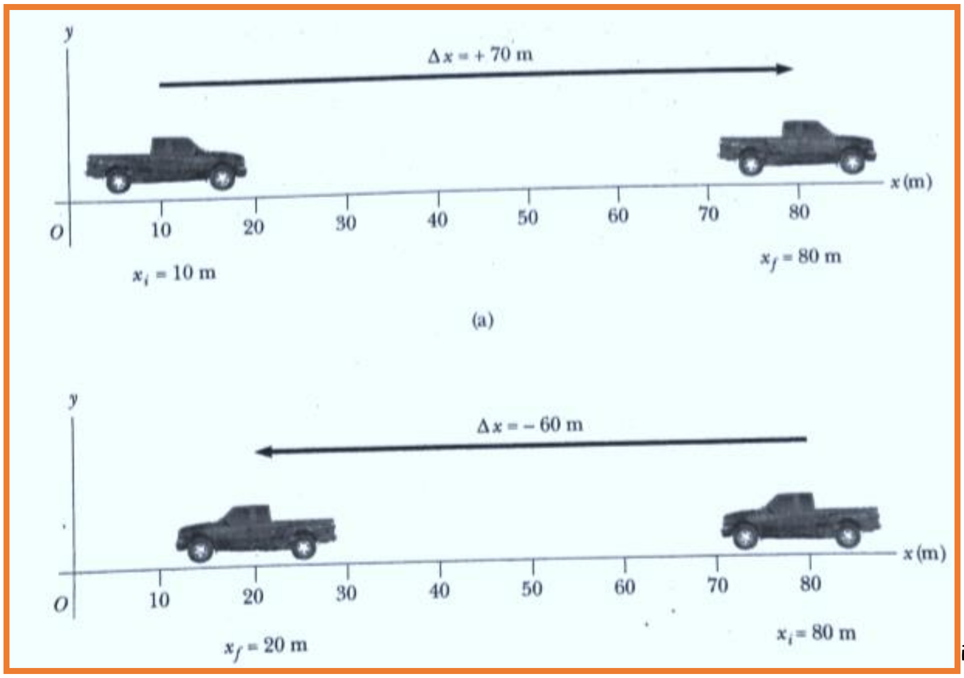
Podemos escribir la posición del móvil, la partícula o el cuerpo como el vector:

$\vec{r} = 2\hat{\imath} + 3\hat{j}$ Dos dimensiones

También podemos seguir el mismo razonamiento para las tres dimensiones espaciales, pero no lo haremos en este curso.

Muy bien, empezamos con el concepto de trayectoria, seguimos con posición y es necesario que nos detengamos en el concepto de ¨Desplazamiento¨. ¿Qué es el desplazamiento? Y este concepto está estrechamente ligado al de ¨movimiento¨.

Vamos decir que el desplazamiento puede definirse como el cambio de posición que tiene una partícula. A medida que se mueve de una posición a otra, su desplazamiento estará dado por la diferencia entre sus posiciones final e inicial y matemáticamente se expresa: $\Delta x = x_f - x_o$. El desplazamiento es un claro ejemplo de una cantidad vectorial.



[iv]

## VELOCIDAD MEDIA - VELOCIDAD INSTANTANEA - RAPIDEZ

El vector velocidad $\vec{v}$ es el parámetro que indica cómo cambia el vector posición en función del tiempo. Para que haya movimiento debe existir cambios de posición a través del tiempo, por lo tanto, si hay cambios en la posición a través del tiempo existen velocidades distintas de cero.

Como cualquier vector, la velocidad tiene módulo, dirección y sentido. En el caso del movimiento rectilíneo.

- los vectores posición y velocidad tienen la dirección de la trayectoria
- el sentido del vector velocidad es el sentido del movimiento;
- el modulo del vector velocidad se llama rapidez.

Llamaremos $\vec{v}$ al vector velocidad y a su módulo $|\vec{v}|$ = v rapidez.

---

[iv] Fundamentos de Física. Volumen 1. Raymond A. serway, Jerry S. Faughn. Sexta Edición. Edit. Thomson

Supongamos que dos automóviles se desplazan sobre una carretera sin curvas ni desniveles (movimiento en una dimensión) desde una ciudad A hasta otra ciudad B.

Ambos salen simultáneamente, es decir, en un mismo instante de la ciudad A, pero uno de ellos llega antes que el otro a la ciudad B. Esto nos dice, hasta intuitivamente, que si bien el desplazamiento ha sido el mismo para los dos e igual la distancia recorrida para ambos autos entre A y B, el intervalo de tiempo ha sido diferente para un vehículo que para el otro: decimos que ha viajado más rápidamente el que tiene un intervalo de tiempo menor. Entonces, no es tan importante la distancia que han recorrido, sino más bien, el tiempo que han tardado en recorrerlo y la dirección de la misma. Es por esto que bajo estas circunstancias, deberemos definir un nuevo concepto y éste, refiere a la tasa de cambio de la posición respecto al tiempo.

Por un lado tenemos la rapidez, que puede definirse como la medida de qué tan rápido se mueve algo y se determina con unidades de distancia divididas por unidades de tiempo. $rapidez = \frac{distancia}{tiempo}$, siendo $rapidez\ promedio = \frac{distancia\ total\ recorrida}{tiempo\ total\ de\ recorrido}$

De acuerdo a lo dicho hasta aquí, ¿Es la rapidez una magnitud escalar o vectorial? (Se discute)

La velocidad, en cambio, es otra cosa. Debe definirse de otro modo.

Imaginate que haces un viaje en auto a lo largo de una carretera recta. No sería gran cosa realizar la división entre los kilómetros recorridos y el tiempo que tardaste en recorrerlos. Podrías de este modo, calcular la rapidez media. ¿Por qué hablo de rapidez y no de velocidad? Bueno, sencillamente porque no estaría considerando muchas otras posibles situaciones que hayan ocurrido en el viaje. Por ejemplo, que mi ¨velocímetro¨ del auto marque en algunos tramos velocidades más chicas que en otros tramos, que te hayas detenido a comer una hamburguesa, etc Y ese solo detalle, ya estaría marcando una diferencia sustancial. Entonces, la rapidez media, no sería del todo fiel a lo que realmente sucedió. Como el promedio de un académico de un alumno o el promedio de cantidad de hijos por familia en una comunidad….no nos dice mucho acerca de lo que realmente pasa…

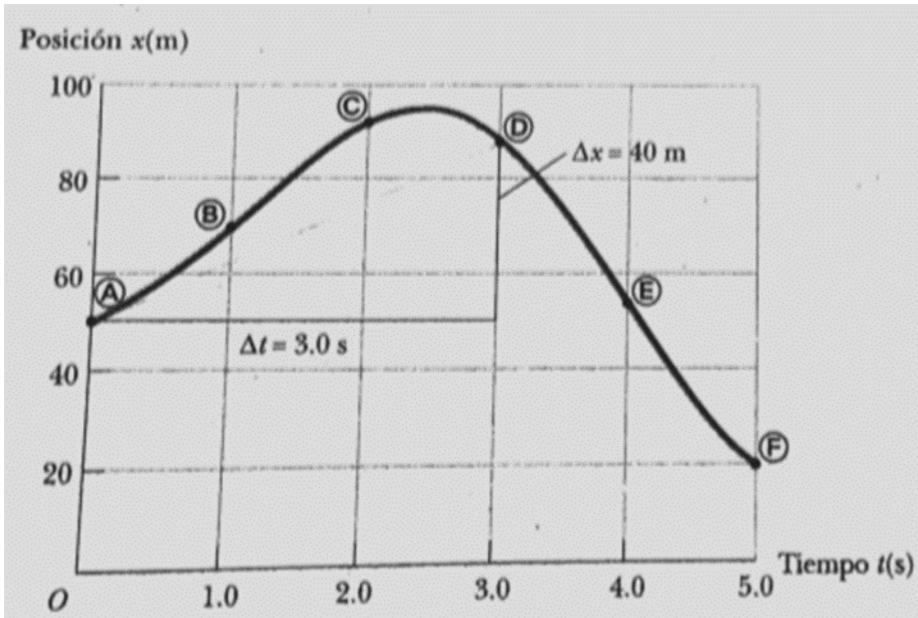
En general, en física, además de la distancia recorrida, es necesario también conocer la dirección del movimiento. Entonces, si hablamos de dirección, ya empiezan a intervenir otro tipo de magnitudes. Si conocemos la rapidez de un objeto y además, su dirección entonces, debemos hablar de ¨velocidad¨. ¿Es la velocidad una magnitud vectorial o escalar? (Se discute)
$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$ y las unidades estarán dadas en unidades de longitud divididas por unidades de tiempo. $[\vec{v}] = \frac{m}{s}$

Veamos:

Si un auto se mueve a lo largo de un eje ¨x¨ de la posición A a la posición B, a la c, etc., se puede trazar la posición de estos puntos como función del tiempo transcurrido desde el inicio del movimiento y esto daría una gráfica de *posición-tiempo* como la que se ve en la figura.

Es interesante destacar que, aunque el movimiento sea una recta, la gráfica de *posición-tiempo,* no lo es. ¿Por qué? (Se discute)

La recta que conecta dos puntos cualesquiera de esta grafica nos da una interpretación geométrica de la velocidad media. La pendiente de la recta es $\Delta x$ dividida entre el intervalo de tiempo para el movimiento, $\Delta t.$ Por lo tanto, la velocidad media de un objeto durante el intervalo de tiempo $\Delta t$ es igual a la pendiente de la recta que une los puntos inicial y final en una gráfica de la posición del objeto contra el tiempo.



[v]

Supongamos que la posición del auto se registra cada un segundo, entonces, vemos que el primer auto se mueve en la dirección ¨x¨ positiva cuando se desplaza de A a B a C y alcanza una posición máxima de unos 95m del origen en movimiento en un tiempo $t = 2{,}5\ s$. Luego, invierte su dirección cuando regresa hacia el origen del movimiento. En los primeros 3s de su movimiento, cuando se desplaza de A a D, su desplazamiento $\Delta x = +90 - (+50) = +40$m. Por lo tanto, su velocidad media en ese intervalo es: $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{+40m}{3s} = 13{,}3\frac{m}{s}$. Utiliza este procedimiento y registra los resultados que obtienes.

Después de haber visto esto y aclarado cuestiones, podemos seguir haciéndonos preguntas del tipo: ¿qué pasa si varía la velocidad a medida que transcurre el tiempo? ¿Puede pasar eso?

Bueno, al estudiar la velocidad de cualquier movimiento podemos encontrarnos con dos situaciones distintas:

Que dicha velocidad se mantenga constante para todo tiempo o que varíe a través del tiempo.

Cuando la velocidad de un cuerpo varía con el tiempo se dice que el cuerpo se está acelerando. La aceleración es por lo tanto una magnitud vectorial que indica cómo varía el vector velocidad en el tiempo. Es decir, el ritmo de cambio de la velocidad respecto del tiempo.

[v] Fundamentos de Física. Volumen 1. Raymond A. serway, Jerry S. Faughn. Sexta Edición. Edit. Thomson

Si el movimiento  es rectilíneo sabemos que el vector velocidad tiene siempre la dirección del movimiento, por lo tanto lo único que puede variar es el módulo y el sentido de la velocidad.

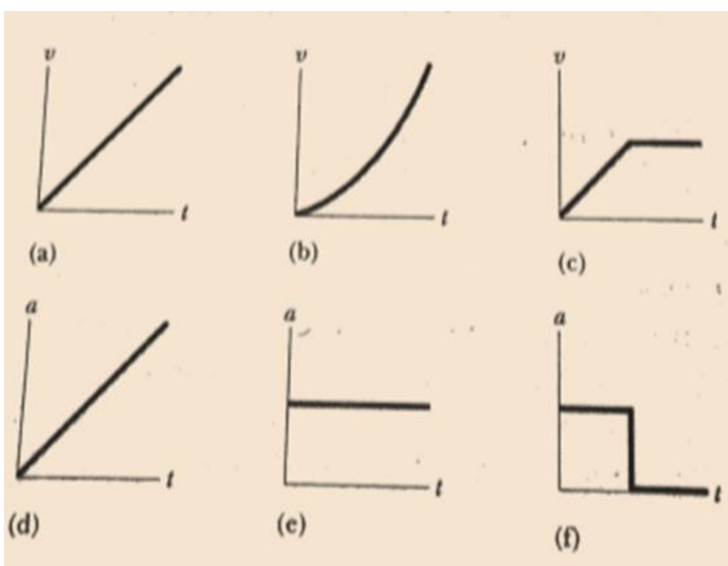
Definimos aceleración media como el cociente entre la variación de la velocidad y la variación del tiempo. $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$ y las unidades: $[\vec{a}] = \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2}$

Al igual que ocurre con la velocidad, la aceleración  de un cuerpo puede ser constante o no a través del tiempo. Nosotros solo analizaremos movimientos donde la aceleración es constante y por lo tanto igual  a  la aceleración media.

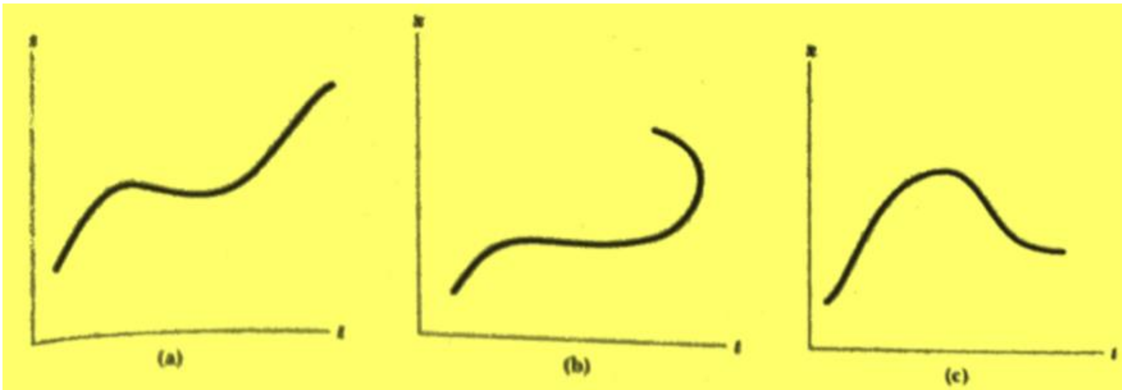
Si un movimiento tiene velocidad constante entonces la aceleración es nula.

Ejercicios para trabajar y discutir en clase con ayuda del Profesor:

- Relacione cada gráfica de Velocidad-Tiempo con su grafica de Aceleración-Tiempo.



- Las tres gráficas siguientes representan la posición contra el tiempo para objetos que se mueven a lo largo del eje ¨x¨. ¿Cuál de estas gráficas no es posible físicamente?




Analicemos el movimiento de una partícula bajo velocidad constante.

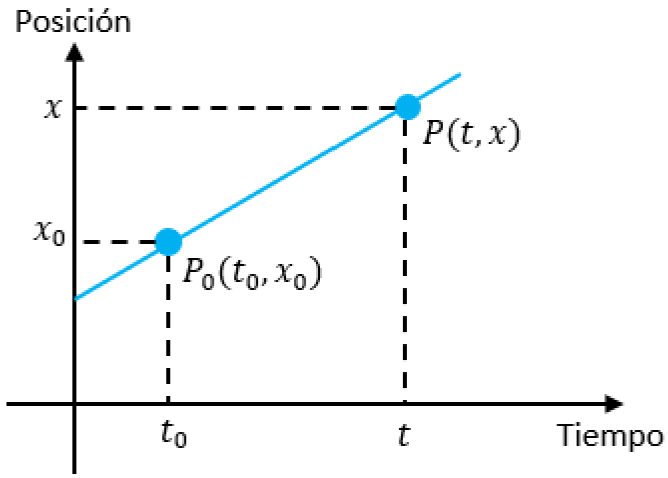
El movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.) es aquel cuya trayectoria es una recta y su velocidad es constante y por lo tanto no tiene aceleración. Para estudiar un movimiento es necesario conocer las ecuaciones horarias, o sea aquellas ecuaciones que indican como varían la posición, la velocidad y la aceleración a través del tiempo: $r = r_{(t)}$, $v = v_{(t)}$ y $a = a_{(t)}$.

En el M.R.U. como la velocidad es constante la aceleración es nula. Es decir: $\vec{a} = 0$

Si decimos que: $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{x_f - x_o}{t_f - t_o}$ $resulta: x_f = v.\left(t_f - t_o\right) + x_o$

Esta es la función de la posición en relación al tiempo del MRU. Permite obtener la posición x (variable dependiente) de la partícula para cada instante t (variable independiente). En general, es posible admitir que el tiempo inicial sea igual a cero $t_0 = 0$; solo basta suponer que el inicio del cronometraje del movimiento esté desde la posición inicial en cero y, en este caso, la función se vuelve más simple.

La gráfica de posición-tiempo es:



[vi]

De esta gráfica podemos calcular la pendiente, la misma tiene por fórmula:

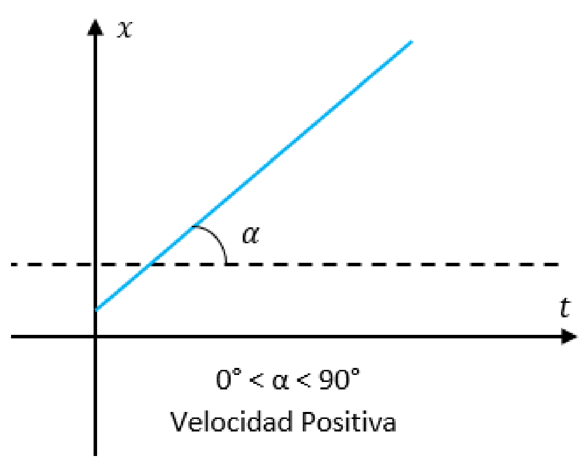
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Si esta fórmula se aplica en los dos puntos que tenemos en nuestra gráfica de arriba, obtendremos.

$$m = \frac{x - x_0}{t - t_0}$$

Cuando la partícula se desplaza en el sentido positivo del eje, el módulo de su velocidad es precedido por un signo más, por lo que el coeficiente angular de la recta, representado por la inclinación, está comprendido en el intervalo 0<α<90° ahora, por otro lado, cuando la partícula se desplaza en el sentido contrario, la inclinación está comprendida en el intervalo 90°<α<180 °. En este caso, el módulo de velocidad es precedido por un signo menos.

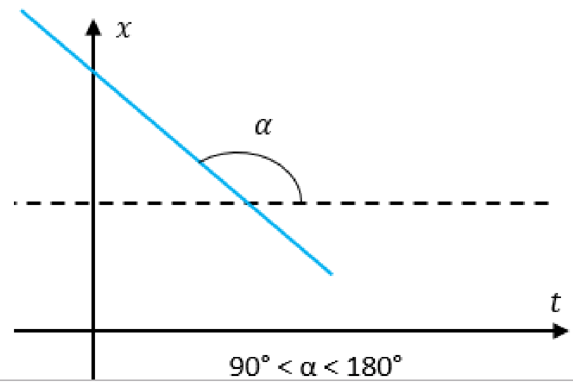
**a) Velocidad Positiva**



[vii]

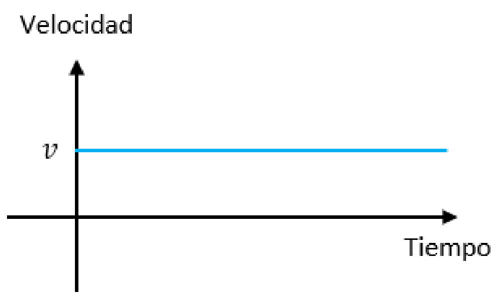
[vi] https://www.fisimat.com.mx/movimiento-rectilineo-uniforme-mru/
[vii] https://www.fisimat.com.mx/movimiento-rectilineo-uniforme-mru/

**b) Velocidad Negativa**

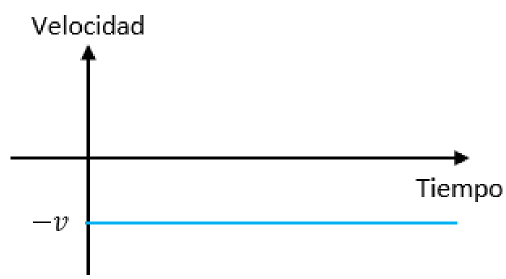



[viii]

**a) Velocidad positiva, por encima del eje del tiempo.**



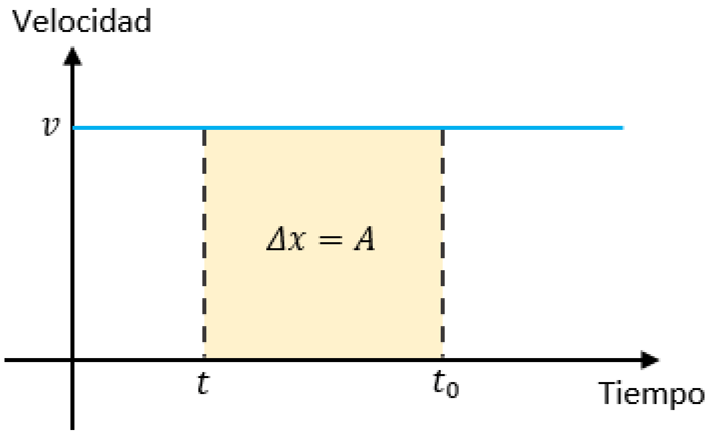

**b) Velocidad negativa, por debajo del eje del tiempo.**




[ix]

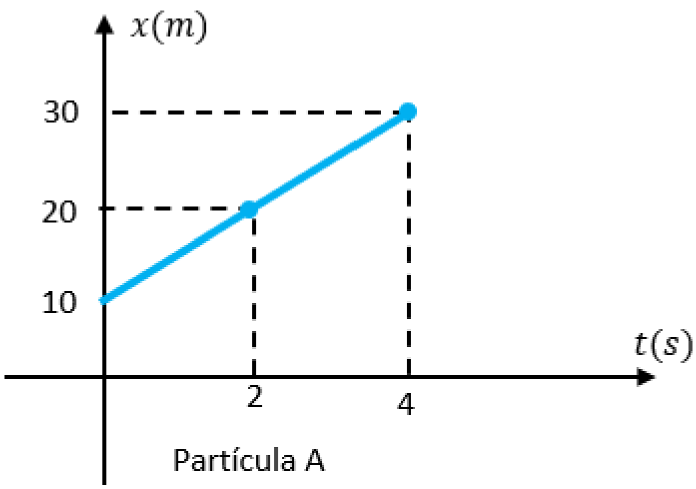
Se puede demostrar que el desplazamiento en el intervalo de tiempo $\Delta t$, representado en el gráfico abajo por $\Delta x$, es igual al "**área bajo la curva**" del gráfico velocidad vs tiempo en ese mismo intervalo de tiempo. Es decir:

[viii] https://www.fisimat.com.mx/movimiento-rectilineo-uniforme-mru/
[ix] https://www.fisimat.com.mx/movimiento-rectilineo-uniforme-mru/



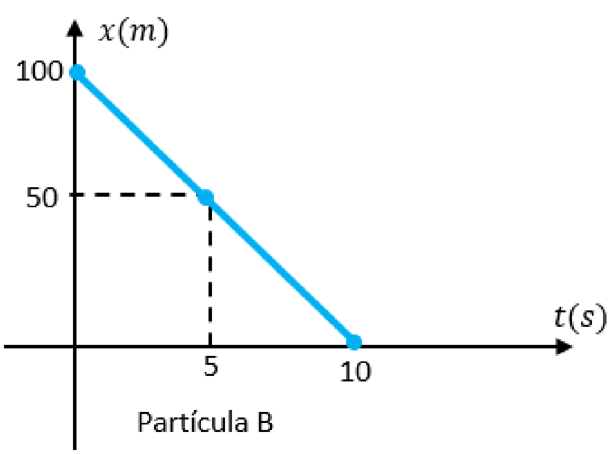

Se llama "área bajo la curva" a la región comprendida entre la curva de la función y el eje de las abscisas[x].

Resolvamos en clase y con ayuda del Profesor los siguientes casos:




[xi]

En las siguientes gráficas de posición contra tiempo, encuentre las velocidades de las partículas A y B respectivamente




[xii]

[x] https://www.fisimat.com.mx/movimiento-rectilineo-uniforme-mru/
[xi] https://www.fisimat.com.mx/movimiento-rectilineo-uniforme-mru/

Analicemos acá, en clase, ahora mismo, el siguiente ejemplo:

Un automóvil sale de Bs. As. con destino a Azul, marchando a 80 km/h; y simultáneamente parte de Azul hacia Bs. As., otro automóvil a 70 km./h. Si la distancia entre ambas ciudades es de 300 km. (Consideramos trayectoria rectilínea) Determine gráfica y analíticamente:

a) Al cabo de cuánto tiempo se producirá el encuentro

b) A qué distancia de Bs. As. Se cruzarán

c) Repita los cálculos anteriores suponiendo que el primer coche parte de Bs. As. 45 minutos después de que lo hace el segundo.

Presentamos este sencillo problema de encuentro solamente para poner de manifiesto cómo se opera con los conceptos que se han introducido, cuya utilidad se hará notar en aplicaciones más complejas que esta.
El problema en si puede resolverse sin recurrir a ecuaciones ni fórmulas de ningún tipo: los automóviles están a 300 km, de distancia. Uno de ellos descuenta de esa distancia 80 km en cada hora y el otro 70 km. Entre ambos descontaran 150 km de separación por cada hora que transcurre. Así, a las dos horas habrán consumido la distancia de 300 km que los separa, y habremos respondido:. tiempo de encuentro: 2 horas; recorrido del primer automóvil: 160 km (2 h a 80 km/h), y por tanto se encontraran a 160 km de Buenos Aires.

En general, dado un sistema de referencia, se determinan las ecuaciones de movimiento $x_1(t)$ , $X_2(t)$. La condición de encuentro es que en algún instante las posiciones de. ambos móviles coincidan., o sea, para $t = t_e$, $x_1(t_e) = x_2(t)$. El Problema así planteado puede resolverse gráfica y analíticamente.

Elegimos un sistema de coordenadas con origen en Bs. As. y de dirección y sentido hacia Azul.

Dado que los móviles parten simultáneamente comenzaremos a contar tiempos desde el momento de la partida. La ecuación general que describe el movimiento uniforme es: $x_f = v.(t_f - t_o) + x_o$

---

[xii] https://www.fisimat.com.mx/movimiento-rectilineo-uniforme-mru/

El auto que parte de Buenos Aires sale del origen de coordenadas, de modo que $x_o^1 = 0,$ y se mueve con velocidad coincidente con el sentido convencionalmente adoptado positivo del eje x, y entonces $v_1$= 80 km/h. El auto que parte de Azul se halla en el instante origen de tiempos a 300 km en el sentido positivo de x desde el origen de coordenadas, de modo que $x_0^2 = 300km$ y se mueve con velocidad de sentido opuesto al sentido positivo de forma que $v_2$ = -70 km/h.

Midiendo el tiempo en horas y el desplazamiento en km, las ecuaciones horarias de ambos autos resultan, entonces:
$x_1(t)$ = 80 km/h t
$x_2(t)$ = 300 km - 70 km/h t
como la condición de encuentro es que $x_t^1 = x_t^2$ resulta:
80 km/h = 300 km - 70 km/h $t_e$
Despejando y resolviendo el resultado es:
¿Cómo sería la solución gráfica?

## MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO

Ya vimos que: $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}, entonces\text{:}\ \vec{a}.\left(t_f - t_o\right) + v_0$

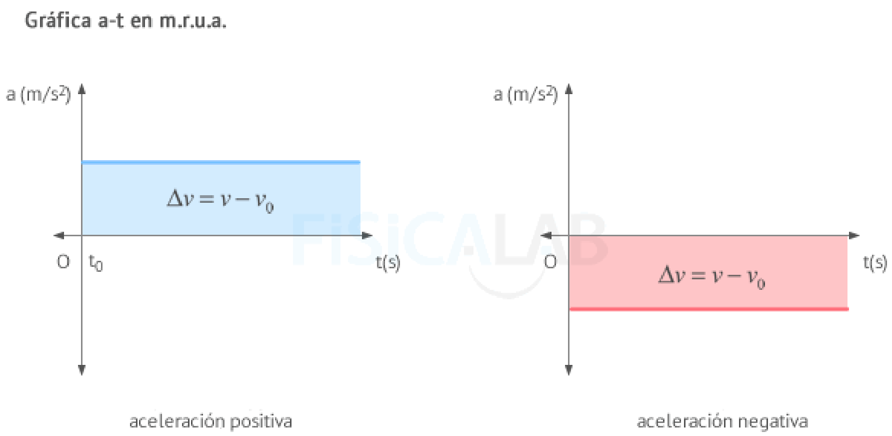
Esta es la expresión más general de la velocidad en un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado, donde la aceleración a es constante.

Encontrar el **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (m.r.u.a.)** en tu día a día es bastante común. Un objeto que dejas caer y no encuentra ningún obstáculo en su camino (caída libre) ó un esquiador que desciende una cuesta justo antes de llegar a la zona de salto, son buenos ejemplos de ello. El movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (m.r.u.a.) es también conocido como **movimiento rectilíneo uniformemente variado (m.r.u.v)** y cumple las siguientes **propiedades**:

- La trayectoria es una línea recta y por tanto, la aceleración normal es cero. (Discutamos qué es aceleración Normal)
- La velocidad instantánea cambia su módulo de manera uniforme: aumenta o disminuye en la misma cantidad por cada unidad de tiempo.

- La aceleración media coincide con la aceleración instantánea para cualquier periodo estudiado.

Si representamos gráficamente la aceleración como función del tiempo, a =a(t) es una recta con pendiente nula.



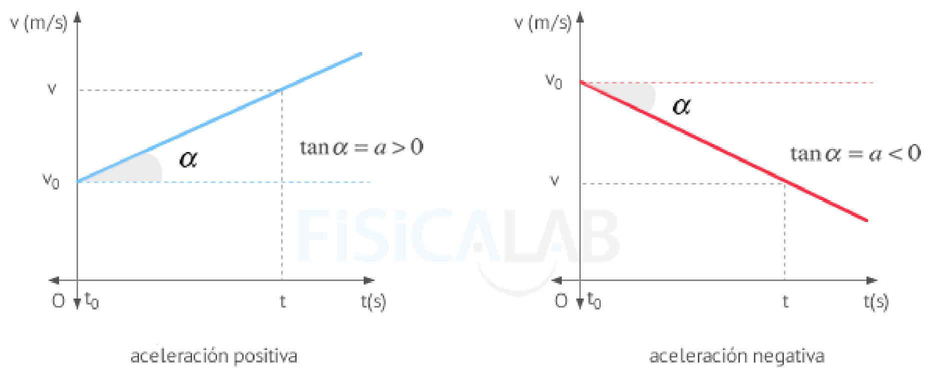

xiii

Desarrollemos las ecuaciones horarias que responden a este movimiento:

Donde los gráficos de velocidad en función del tiempo son:

---

xiii https://www.fisicalab.com/apartado/mrua-graficas#contenidos



[xiv]

## MOVIMIENTOS VERTICALES: TIRO VERTICAL Y CAÍDA LIBRE

Un ejemplo cotidiano de movimiento con aceleración constante es el de un cuerpo que cae hacia la tierra. Se observa experimentalmente que si no hay resistencia del aire, todos los cuerpos, independientemente de su peso, tamaño y forma caen con la misma aceleración en la misma región de la superficie terrestre. Asimismo, si la distancia recorrida no es demasiado grande comparada con el radio de la tierra dicha aceleración es constante. Este movimiento en el cual despreciamos la resistencia del aire y la pequeña variación con la altura lo llamaremos caída libre. De igual manera estas condiciones las supondremos validas al lanzar un cuerpo desde la superficie hacia arriba; en este caso hablaremos de tiro vertical.

Tanto en la caída libre como en el tiro vertical, que en realidad son casos particulares de Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado, esta aceleración debida a la gravedad la llamamos *g*. Su medida cerca de la superficie de nuestro planeta es 9,8 $m/s^2$ aproximadamente **y** se dirige hacia su centro. Veremos que esto también es válido para movimientos bidimensionales que usualmente se denominan tiro **oblicuo.**

El movimiento de caída libre es en algunos casos muy semejante al movimiento de caída real de los cuerpos. Es común en Física plantear ciertas aproximaciones razonables que nos permitan resolver el problema más fácilmente. Nos queda claro que si estamos estudiando la caída de una hoja de papel, despreciar la resistencia del aire no será una buena aproximación. Sin embargo pensemos que sucedería si hacemos con el papel un bollo. En algunos casos, podríamos comprobar que la aproximación es bastante buena.

[xiv] https://www.fisicalab.com/apartado/mrua-graficas#contenidos

Es importante tener presente cuales son las condiciones que se deben cumplir para tal o cual aproximación. Por ejemplo, si la aproximación de caída libre se cumpliera en cualquier condición. Pobres paracaidistas!

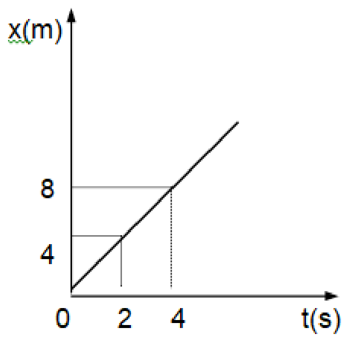
Uno de los errores más frecuentes y casi inevitables es el error en el signo de la aceleración.

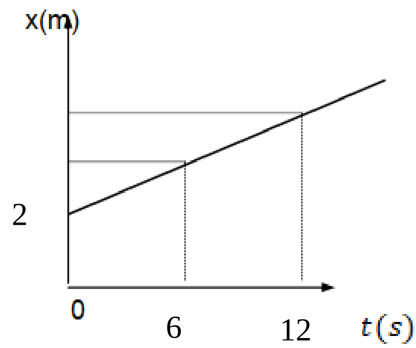
Todo el problema consiste en saber si el valor de **g** que aparece en las ecuaciones es positivo o negativo. La aceleración de la gravedad es un vector que siempre está dirigido hacia el centro de la tierra y su signo va a depender del sistema de referencia elegido.

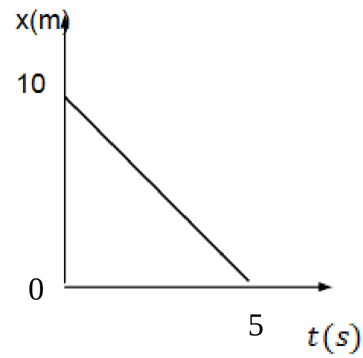
Desarrollemos las ecuaciones horarias que representan este movimiento:

**Trabajemos en clase con estos hermosos gráficos:**

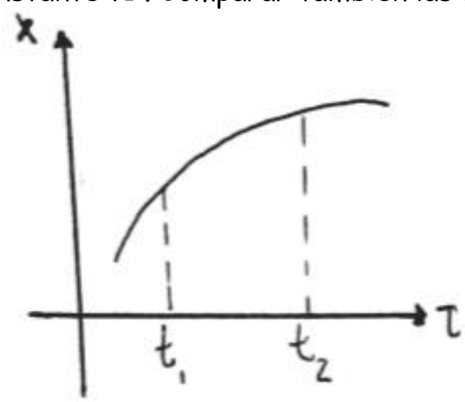
- Exprese las ecuaciones horarias del movimiento para cada uno de los siguientes gráficos. Hacer los gráficos cualitativos de v = v(t)

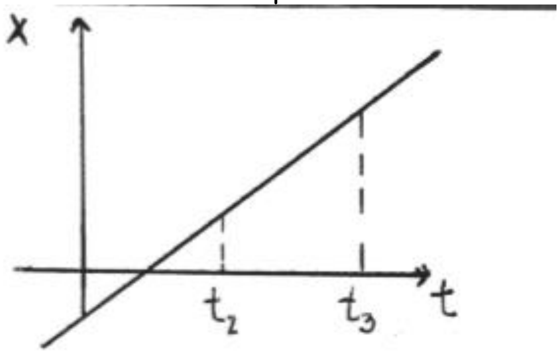


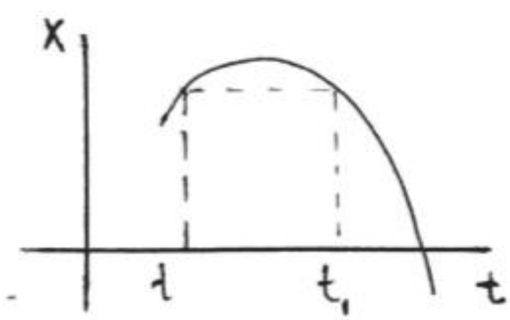



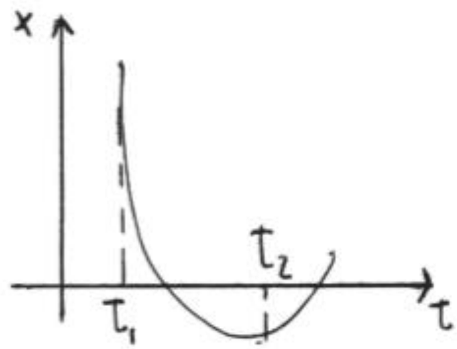




- En cada uno de los gráficos de x en función de t de la figura indicar si la velocidad en el instante t2 es mayor, menor o igual que la velocidad en el instante t1 . Comparar también las aceleraciones en estos tiempos.

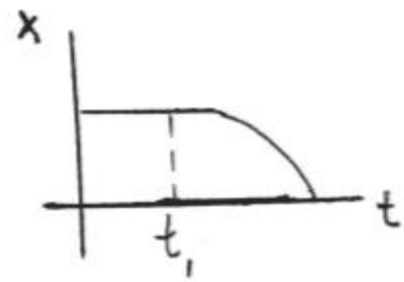


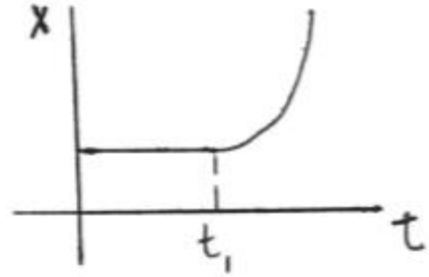



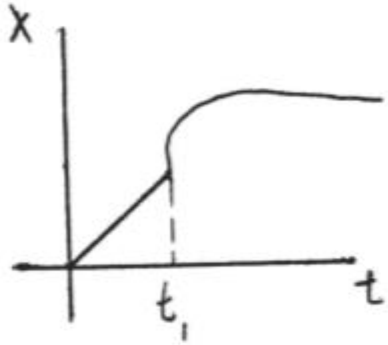



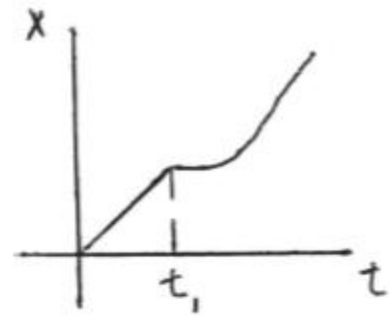



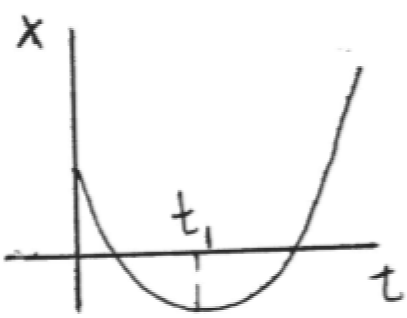
- Interpretar los siguientes gráficos de x = x(t). Hacer los gráficos de v = v(t) y a a(t) correspondientes.

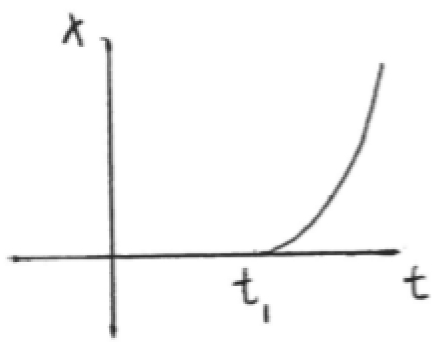


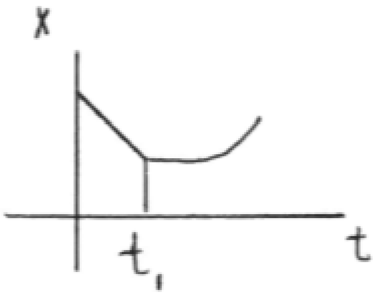



**Ejercicios de entrenamiento para que hagas vos**

1) Un tren arranca en una estación y se acelera a razón de 1,2 $m/s^2$ durante 10s, marcha luego durante 30s a velocidad constantes y luego se desacelera a razón de 2.4$m/s^2$ , hasta detenerse en la estación inmediata del trayecto. Calcular la distancia total recorrida y la velocidad media. Trazar los gráficos de $a = a(t)$ , $v = v(t)$ y $x = x(t)$. Rta.: 450 m, 10m/s

2) Los fabricantes de un cierto automóvil advierten que acelera de 15 a 50 km/h en 13s. Calcular a) La aceleración en $m/s^2$ b) La distancia recorrida por el coche en ese tiempo, suponiendo que la aceleración sea constante.

3) Si un automovilista tarda 0,7 seg. En oprimir un freno desde el instante en que se observa un obstáculo y la máxima aceleración de retardo es de 5 $m/seg^2$ , determinar cuanto recorre el vehículo antes de detenerse cuando avanza a 100 km/h (se entiende el espacio recorrido desde que diviso el obstáculo. Rta: 96,6 m.

4) Dos móviles parten simultáneamente desde los puntos A y B situados sobre una misma recta con M.R.U. en sentido opuesto el 1º móvil tiene una velocidad de 30 km/h y el 2º de 45 km/h sabiendo que la distancia entre ambos es de 200 km calcular: a que distancia contada a partir de A se encuentra y cual es el intervalo de tiempo entre la partida y el encuentro. Rta 80 km; 2,67 hs.

5) Dos móviles parten del reposo el uno hacia el otro, desde los extremos de un segmento de 5 m. de longitud, se mueven con M.R.U.V. y aceleración 20 $cm/seg^2$ y 30 $cm/seg^2$ respectivamente. En que instante se produce el encuentro y a que distancia de los extremos. Rta.: 4,47 seg. , 200 cm.

6) Dos móviles parten simultáneamente del origen de coordenadas, ambos con M.R.U.V. y la misma dirección y sentido, a los 5 segundos de la partida la distancia entre ambos es de 50m. Calcular la aceleración del segundo móvil sabiendo que la del otro es de 3 $m/seg^2$ ,. Rta 7 $m/seg^2$

7) Resolver el problema anterior pero suponiendo que los móviles marchan en al misma dirección pero en sentido contrario. Rta: -1$m/seg^2$

8) Desde lo alto de una torre de 150m de altura se deja caer una piedra de 10 kg de peso. ¿Cuánto tardara en llegar hasta el suelo? ¿Cuánto tardaría en llegar si pesara 20 Kg? Rta 5,3 seg.

9) Se lanza un cuerpo hacia arriba con una velocidad de 9,8 m/seg ¿Qué altura y que velocidad alcanzara al cabo de 0,9 seg? ¿Que altura máxima alcanzará? Rta 4,85 m ; 0,98 m/seg , 4,9 metros

10) Se lanza un cuerpo hacia arriba con una velocidad inicial de 40 m/seg. Calcular el tiempo que tardara en alcanzar la altura máxima. Una vez que llega a la altura máxima comienza a caer. Calcular el tiempo que le lleva llegar al suelo. Calcular la velocidad con que llega al suelo. Rta: 45; 45; -40m/s.

11) Un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba llaga al suelo al cabo de 4 seg. ¿Cuál fue la velocidad inicial? ¿Qué altura máxima alcanzó? Rta.: 19,6 m/s ; 19,6 m.

12) Se dispara un cohete hacia arriba y sube con una aceleración de 19,6 $m/s^2$ durante un minuto en ese momento se agota el combustible. ¿Cuál es la máxima altura alcanzada? ¿Cuánto tarda en llegar al suelo? Rta.: 104.409 m ; 322,1 seg.

13) Un tren va con una velocidad de 18 m/s, frena y se detiene en 15 segundos. Calcular su aceleración y la distancia recorrida al frenar hasta detenerse. Rta: 1,2 m/s2 ; 135 m

14) Un móvil se desplaza a 36 km/h, en 100 m sufre una aceleración de 1,5 m/s2. Calcular su velocidad final. Rta.: 500 m

15) Calcular la altura máxima que alcanza un proyectil lanzado hacia arriba con velocidad inicial de 100 m/s (g= 10 m/s2). Hacer gráfico de la velocidad en función del tiempo y el de posición en función del tiempo. Rta.: 10 segundos

16) ¿Cuál debe ser la altura de la que se deja caer un objeto para que llegue al suelo al cabo de 10 segundos? Rta.: 500m

17) Una pelota de tenis es lanzada verticalmente hacia arriba, vuelve al punto de partida 5 segundos más tarde. Calcular la velocidad inicial. Rta.:25 m/s

18) Dos móviles salen simultáneamente de dos ciudades A y B animados de las siguientes velocidades: VA = 50 km/h; VB = 60 km, si ambos marchan en dirección apuesta y tardan 1 hora en encontrarse, ¿cuál es la distancia que separa A de B y a qué distancia se encontraron? Rta.: 110km , 50 km

19) Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial de 40 m/s. En el mismo instante, con la misma velocidad y desde el punto mas alto de la trayectoria de dicho cuerpo se lanza otro verticalmente hacia abajo. Calcular: ¿cuándo y dónde se encuentran ambos cuerpos? y ¿qué velocidad tendrán al cruzarse?. Hacer gráficos de posición en función del tiempo y de velocidad en función del tiempo para ambos cuerpo. Rta.: $V_1$ = 30 m/s ; $V_2$ = -50 km/h ; $t_e$ = 1 segundo $y_e$ = 35 m

20) Dos móviles salen simultáneamente desde el mismo punto animados por velocidades diferentes VA = 30 m/s y VB = 50 m/s. ¿Cuánto tiempo habrá de transcurrir para que ambos se encuentren separados por una distancia de 1600 m?

a) Si ambos avanzan en el mismo sentido.

b) Si ambos avanzan en sentido contrario

c) Hacer los gráficos de posición en función del tiempo en ambos casos.

Rta.: a) 80 s ; b) 20 s.

21) Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba desde el borde del techo de un edificio cuya altura es de 30 m con cierta velocidad inicial. El mismo cae pasando justo por el borde y llega al suelo al cabo de 6 segundos de haber sido lanzado

a) Encuentre la velocidad inicial del cuerpo

b) Su velocidad antes de chocar contra el piso.

c) La altura máxima alcanzada.

d) Gráficos de aceleración velocidad y posición en función del tiempo.

Rta.: a) 25 m/s ; b) –35 m/s c) 61,25 m

22) Un cuerpo viaja a 16 m/s y se frena con aceleración constante luego de recorrer 40 m.

a) ¿Cuál es la aceleración del cuerpo?

b) Hacer los gráficos cualitativos de aceleración , velocidad y posición en función del tiempo.

c) ¿Cuál es la velocidad del móvil cuando recorrió 20 m?

Rta.: a-3.2 m/s$^2$ ; c) 1.46 s y 11,3 m/s

23) Dos trenes expresos parten con una diferencia de 5 minutos partiendo del reposo, cada uno es capaz de alcanzar una rapidez máxima de 160 km/h después de acelerar uniformemente a lo largo de una distancia de 2 km

a) ¿Cuál es la aceleración del tren?

b) ¿Cuán lejos está el primer tren cuando el segundo inicia su marcha?

c) ¿Cuán lejos está uno del otro cuando el segundo alcanza su rapidez máxima?

Rta.: a) 0,49 m/s ; b) 11.308,5m c) 13.320m

24) Un estudiante lanza un juego de llaves verticalmente hacia arriba a su compañero que se encuentra en una ventana 4 m más arriba. Las llaves son atrapadas 1.5 segundos más tarde por la mano extendida del compañero.

a) ¿A qué velocidad fueron lanzadas las llaves?

b) ¿Cuál era la velocidad de las llaves justo antes de ser atrapadas?

c) ¿Cuál era la altura máxima alcanzada por las llaves?

d) Gráficos de aceleración, velocidad y posición en función del tiempo

Rta a) 10,17 m/s , b) –4,83 m/s

# MÓDULO 4

## MOVIMIENTOS EN EL PLANO

**Contenidos:**

- **Movimiento en dos Dimensiones**
- **Movimiento de Proyectiles o Tiro Oblicuo**
- **Altura máxima y Alcance**
- **Movimiento Circular**
- **Aceleración Centrípeta**
- **Posición Angular, Velocidad Angular y Aceleración Angular**
- **Movimiento Circular Uniforme: período y frecuencia – ecuaciones horarias**
- **Ejercicios de Aplicación**

## MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

Ya vimos movimientos en una dimensión, estudiamos el M.R.U. y el M.R.U.V. , como caso particular de este último estudiamos el movimiento vertical.

Basándonos en los conceptos ya aprendidos para movimientos unidimensionales y los conceptos sobre las magnitudes vectoriales vamos describir los movimientos donde los desplazamientos, la velocidad y la aceleración no son vectores colineales y entonces la trayectoria resulta ser una curva.

Supongamos que pateamos la pelota desde la azotea de un edificio en forma horizontal. La experiencia nos indica que la pelota, una vez que abandone la azotea comenzará a caer al mismo tiempo que se aleja del edificio y es seguro que cuanto más fuerte pateemos la pelota, tanto más lejos caerá.

Analicemos el movimiento de lanzamiento de la pelota por elevación de un tiro libre en el fútbol o el movimiento de un proyectil, en ambos casos si despreciamos el rozamiento con el aire y la rotación de la tierra, vemos que la trayectoria seguida por el móvil es una parábola.

Otro de los movimientos que vamos a estudiar es aquel cuya trayectoria es una circunferencia, lo llamamos movimiento circular.

## MOVIMIENTO DE PROYECTILES o TIRO OBLICUO

En el mundo físico, llamamos proyectil a cualquier objeto lanzado al espacio por algún agente y cuyo movimiento se realiza bajo la atracción gravitatoria. De esta manera podemos considerar como proyectil tanto una bala disparada por un cañón, como una piedra lanzada al vacío o una pelota que cae del techo. Este movimiento en la realidad se va a complicar a causa de la resistencia con el aire, la rotación terrestre y la variación de la aceleración de la gravedad.

Nosotros, despreciaremos esos efectos para simplificar el análisis y más adelante ( en otra etapa de la carrera) podrán considerar los otros factores en caso que las modificaciones que produzcan sean realmente apreciables.

Consideremos situación planteada anteriormente: pateamos una pelota desde la azotea de un edificio en forma horizontal, dirigida al frente del edificio. La experiencia nos indica que la pelota, una vez que abandone la azotea comenzará a caer al mismo tiempo que se aleja del edificio. ¿Cuál es la diferencia entre este movimiento y que posee una pelota que se la suelta del borde del edificio si ambos se mueven bajo la acción de la gravedad?

Es evidente que el segundo caso es un movimiento unidimensional, en dirección vertical, en tanto que en el primer caso el movimiento ocurre en el plano ya que al mismo tiempo que cae se mueve horizontalmente. Supongamos que observamos el movimiento desde el frente del edificio, de tal manera que distinguimos sólo el movimiento vertical, veremos que este coincide con un movimiento de caída libre, es decir resulta ser M.R.U.V. Ahora imaginemos que observamos el movimiento desde arriba, apreciando únicamente el desplazamiento horizontal, veremos que recorre espacios iguales en tiempos iguales, es decir tiene un movimiento rectilíneo uniforme.

Si bien a primera vista parece complicado el movimiento de la pelota, vemos que al descomponer el movimiento en dos direcciones se simplifica el estudio.

Es nos da idea de la independencia de los movimientos y experimentalmente se ha confirmado esta independencia de las componentes horizontales y verticales. Esto nos simplifica el estudio de los movimientos en dos dimensiones (y también en tres dimensiones) pues permite descomponerlo para su estudio y luego considerar el movimiento total como la suma de ambos.

Es evidente además que esta descomposición del movimiento es consistente con el carácter vectorial que tienen las distintas magnitudes intervinientes como la posición, la velocidad, la aceleración (etc).
Recordemos que este movimiento donde la trayectoria es una parábola ocurre cuando la aceleración es constante pero no es colineal con la velocidad.

Tendremos entonces un vector posición, un vector velocidad y un vector aceleración que los podemos expresar en función de sus componentes.

$\vec{r} = r_x\, \mathbf{i} + r_y\, \mathbf{j}$

$\vec{v} = v_x\, \mathbf{i} + v_y\, \mathbf{j}$

$a = a_x\, \mathbf{i} + a_y\, \mathbf{j}$

Pero para estudiar el movimiento necesitamos además saber como cambian estas magnitudes con el tiempo y por lo tanto debemos conocer sus ecuaciones horarias.

Analicemos el movimiento de una pelota que la pateamos desde el suelo con un cierto ángulo, que sigue una trayectoria parabólica contenida en un plano x-y, y que dicho movimiento se realiza bajo la acción de la aceleración de la gravedad, despreciando las demás interacciones. Es evidente que el vector aceleración es constante y solamente tendrá componente vertical, es decir $a_x$= 0. Esto nos indica que en la dirección vertical hay M.R.U.V y horizontalmente, como no hay aceleración la velocidad es constante, el movimiento es M.R.U.

**Lo primero que debemos establecer es el sistema de referencia arbitrario que vamos a utilizar,** fundamental para saber el signo de las magnitudes.
En este caso nuestro sistema de referencia lo elegimos tomando como origen de coordenadas el suelo y el eje positivo de la **y** está dirigido verticalmente hacia arriba.

Si el vector v° forma un ángulo $\theta$ con el eje positivo de la **x**, entonces podemos descomponer dicho vector y resulta

$\vec{v}^{\circ}_x = v^{\circ} \cos \theta$

$\vec{v}^{\circ}_y = v^{\circ} \operatorname{sen} \theta$

donde $\vec{v}^{\circ}_x$ y $v^{\circ}_y$ son las componente x e y del vector velocidad inicial

La única aceleración que tiene el movimiento es vertical y es la aceleración de la gravedad.
Que la aceleración en el eje x es cero significa que $v_x$ es constante e igual a $v^{\circ}_x$ y por lo tanto el movimiento en esa dirección es M.R.U

Como la aceleración en el eje vertical es la de la gravedad y en este caso es constante, el movimiento en esta dirección es M.R.U.V

Con esta información y con el conocimiento que ya tienen de cinemática se pueden escribir las ecuaciones horarias de posición y velocidad.

Dichas ecuaciones se pueden expresar en forma independiente para cada eje o bien expresarlas vectorialmente utilizando lo versores correspondientes

Eje horizontal $a_x = 0$

$v_x = v^o_x$ es constante

$x = x^o + v^o_x (t - t^o)$

Eje horizontal ( según el sistema de referencia que ya se eligió)

$a_y = - g$

$v_y = v^o_y - g (t - t^o)$

$y = y^o + v^o_y (t - t^o) - \frac{1}{2} g (t - t^o)^2$

Si queremos expresarlas vectorialmente resulta

$a = 0\,\mathbf{i} - g\,\mathbf{j}$

$v = v^o_x\,\mathbf{i} + [v^o_y - g (t - t^o)]\,\mathbf{j}$

$r = [x^o + v^o_x (t - t^o)]\,\mathbf{i} + [\, y^o + v^o_y (t - t^o) - \frac{1}{2} g (t - t^o)^2 \,]\,\mathbf{j}$

## ALTURA MÁXIMA Y ALCANCE

Analicemos algunos resultados en este tipo de movimiento
Sabemos que el movimiento en la dirección vertical inicialmente sube hasta alcanzar una altura máxima y luego comienza a descender.
Si queremos conocer dicha altura máxima se procede igual que en el movimiento vertical. Ese punto se alcanza cuando la $v_y = 0$, con esta información se calcula el tiempo de altura máximo y luego utilizándolo en las ecuaciones horarias de posición se conoce las coordenadas de la altura máxima, es decir no sólo $y_{máx}$ sino también que distancia recorrió horizontalmente para ese instante.
Se llama alcance del proyectil a la distancia horizontal recorrida hasta que hace impacto. Para su calculo se usa la ecuación de posición en dirección horizontal, $x = x° + v°_x (t - t°)$, es evidente que se necesita conocer el tiempo que tarda en llegar ahí, para ello se usa la ecuación de posición en el eje vertical, igualada a cero si hace impacto en el piso, sino a la altura dónde impacta el proyectil
Resuelve los siguientes ejemplos

**Ejemplo 1:**
Un cañón dispara un proyectil con velocidad inicial de 400 m/s con un ángulo de 30° respecto de la horizontal. Hallar:

a) Cuánto tarda el proyectil en alcanzar la altura máxima
b) Cuáles son las coordenadas de la altura máxima
c) Cuál es el alcance.
d) Si el mismo proyectil se dispara con un ángulo de 45° y de 60°. Cuáles sería los valores obtenidos. ¿Qué conclusión se puede sacar?
e) Demuestre que el alcance máximo se obtiene para un ángulo de 45° y para ese caso encuentre la relación que existe entre la altura máxima y el alcance.

Recuerda que el primer paso es hacer un esquema de la situación y **adoptar un sistema de referencia.**

**Ejemplo 2:**
Se lanza una pelota horizontalmente desde la torre inclinada de Pisa con una velocidad de 12 m/s. La pelota se arroja desde una altura de 49 m. ¿Qué tan lejos chocará la pelota contra el suelo?. Si la velocidad con que es arrojada es de 24 m/s o de 36 m/s que resultados se obtienen. ¿Qué conclusión saca?

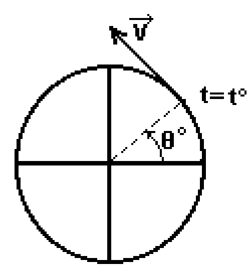
## MOVIMIENTO CIRCULAR

Los movimientos giratorios son muy frecuentes en la naturaleza y en nuestra vida cotidiana: la luna gira alrededor de la tierra; ésta gira alrededor del sol; las ruedas giran; los autos recorren arcos circulares cuando doblan en una esquina, el CD gira cuando la lectora lo lee; etc.

Dentro de la variedad de movimientos giratorios que podemos observar, se encuentran los movimientos circulares que se caracterizan porque la trayectoria que describe el cuerpo es una circunferencia

Cuando se tienen en cuenta la dimensión del cuerpo podemos distinguir dos tipos de movimientos circulares. Si el eje alrededor del cual gira el cuerpo está contenido en dicho cuerpo , el movimiento se llama rotación, en inglés, spin. Si, por el contrario, el objeto gira alrededor de un eje externo el movimiento se llama revolución.

Nosotros vamos a consideremos ahora el caso de una partícula moviéndose en una trayectoria circular y sólo estudiaremos el movimiento más simple que es la traslación.




Sabemos que la velocidad es una magnitud vectorial cuya dirección es tangente a la trayectoria, en cada punto y si varía existe aceleración. Supongamos que una partícula describe un movimiento circular con rapidez (módulo de la velocidad) constante. ¿Existe en este caso aceleración? Veamos, recordemos que un vector tiene módulo, dirección y sentido, para que sea constante ninguno de ellos tiene que variar, y en este caso la dirección cambia a lo largo de la trayectoria aunque el módulo de la velocidad sea constante, y por lo tanto existe aceleración que en este caso se denomina **aceleración centrípeta** (**$a_c$** ) y *es la relacionada con el cambio de dirección del vector velocidad.*

**Teniendo en cuenta este concepto analiza que pasa en el caso que una partícula se mueva sobre una trayectoria curva cualquiera con rapidez constante.**

Un movimiento con rapidez constante cuya trayectoria es una circunferencia se denomina ***Movimiento Circular Uniforme*** y tiene aceleración centrípeta.

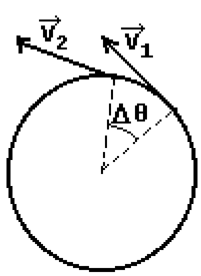
Consideremos ahora que tenemos la partícula moviéndose en una trayectoria circular pero que su rapidez varía, por ejemplo una calesita que se pone en marcha. Si hacemos un paralelo con los movimientos rectilíneos de inmediato se establece que existe aceleración relacionada con el cambio del módulo de la velocidad, llamada **aceleración tangencial**, es evidente que en este caso también existe aceleración centrípeta, a este movimiento se lo denomina ***Movimiento Circular Variado.***

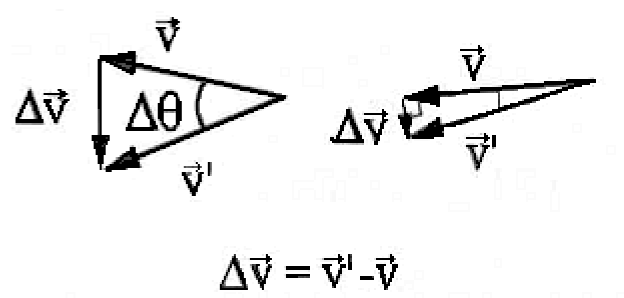
## ACELERACIÓN CENTRÍPETA

Vimos que la aceleración centrípeta está relacionada con el cambio de dirección del vector velocidad, ahora pretendemos evaluar el valor de dicha aceleración como así también su dirección y sentido.

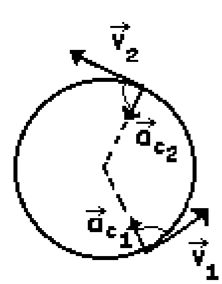
Analicemos que pasa en el Movimiento Circular Uniforme donde la velocidad tiene módulo constante, pero su dirección cambia punto a punto a lo largo de la trayectoria.

Tomando el centro de la circunferencia como origen de coordenadas resulta $\mathbf{r}_1$ y $\mathbf{r}_2$ como vectores posición, representemos $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$, tangentes a la trayectoria (perpendiculares a $r_1$ y $r_2$) , llevando ambos vectores velocidad tangencial a un mismo origen se puede obtener, por diferencia, el vector $\Delta\mathbf{v}_{1,2}$ que representa la variación de dicha velocidad.




Esta diferencia la podemos hacer con cualquier par de vectores de velocidad tangencial, en particular tomaremos los correspondientes a dos puntos muy cercanos de la trayectoria, es decir separado por un ángulo muy pequeño. Se puede ver en la figura que $\Delta\mathbf{v}_{1,2}$ es *casi* perpendicular a **v**. Pero en el límite de $\Delta\ \theta$ pequeño (tendiendo a cero) que corresponde a pequeños intervalos de tiempo $\Delta t$ entre dos posiciones de la partícula, $\Delta\mathbf{v}$ resulta perpendicular a v. Como $a = \Delta v/\ \Delta t$, entonces a tiene igual dirección que $\Delta v$, es decir perpendicular a v, que es lo mismo que decir perpendicular a la trayectoria y además está radialmente dirigida hacia el centro de la misma.



Geométricamente $\Delta\theta$ es también el ángulo que forman los dos vectores velocidad cuando son llevados a un mismo origen. Quedan dos triángulos isósceles, uno formado por los vectores posición y $\Delta r$ y el otro formado por los vectores velocidad tangencial y $\Delta v$. Por ser ambos isósceles y ser igual el ángulo comprendido por los lados iguales, resultan ser triángulos semejantes, con lo cual por propiedad de los ángulos semejantes resulta

$$\Delta r/r = \Delta v/v \quad \text{de donde} \quad \Delta v = v.\Delta r/r$$

$$\text{como } a = \Delta v/\Delta t \quad \text{reemplazando resulta}$$

$$a = v.\Delta r/r.\Delta t \qquad \text{pero} \quad \Delta r/\Delta t = v_m$$

cuando hacemos $\Delta\theta$ muy pequeño (tendiendo a cero) la velocidad media pasa a ser la velocidad instantánea, entonces

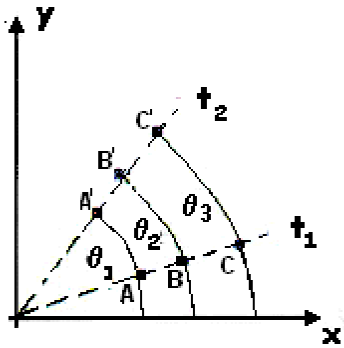
$$a = v.v/r = v^2/r$$

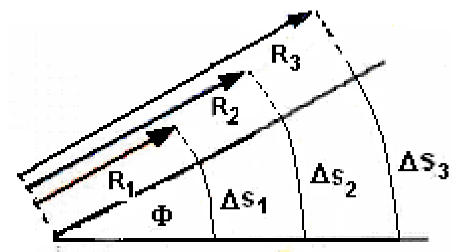
que, como en este caso, es la única aceleración de la partícula corresponde a la aceleración centrípeta.

Resumiendo: en todo movimiento curvo tenemos una aceleración centrípeta asociada al cambio de la dirección de los vectores velocidad tangencial, como vector tiene dirección radial (perpendicular a la trayectoria en un punto), sentido hacia el centro de la curva y su módulo es igual al cuadrado de la rapidez dividido el radio.

## POSICIÓN ANGULAR, VELOCIDAD ANGULAR Y ACELERACIÓN ANGULAR

Consideremos un disco girando y queremos analizar el movimiento de los puntos A, B y C alineados a lo largo de un radio. Las distancia recorrida entre $t_1$ y $t_2$ son respectivamente $s_1$, $s_2$ y $s_3$, es decir que el punto que esta más alejado del




centro de la circunferencia es el que recorre mayor distancia, pero los ángulos barridos en dicho intervalo de tiempo por cada punto es el mismo.

Cuando un cuerpo se mueve en una trayectoria circular resulta muy útil definir posición angular ($\theta$), velocidad angular (w) y aceleración angular($\alpha$), ya que los valores de estas magnitudes resultan independientes de la distancia que se encuentra respecto del eje de giro, que justamente es lo que no pasa con las variables tangenciales.

La posición angular corresponde al ángulo barrido por una partícula con movimiento circular y está relacionado con la distancia recorrida

$$\theta(\text{rad}) = s(\text{arco})/r$$

Definimos velocidad angular media como el cociente entre el ángulo barrido por el vector posición de la partícula y el intervalo de tiempo transcurrido.

$$w_m = \Delta\theta/\Delta t$$

al igual que lo vimos en los movimientos rectilíneos con la velocidad lineal, cuando $\Delta t$ se hace muy pequeño tiende a cero) la velocidad angular media pasa a ser velocidad angular instantánea.

La velocidad angular se mide en radianes por unidad de tiempo. Como el radián es adimensional la dimensión de w resulta

$$[\,w] = rad/\ tiempo = 1/tiempo = tiempo^{-1}$$

Al igual que lo que pasa con la velocidad tangencial, la velocidad angular puede ser constante o no.

**Analiza que significa que w es constante.**

Veamos ahora como se pueden relacionar la velocidad angular y la velocidad tangencial

Supongamos una partícula que se mueve con Movimiento Circular Uniforme, siendo r el radio de la trayectoria, entonces

$$w = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad \text{pero } \Delta\theta = \frac{\Delta s}{r} \qquad \text{luego} \qquad w = \frac{\Delta s}{r\Delta t}$$

$$\text{pero } \frac{\Delta s}{\Delta t} = v \qquad \text{por lo tanto} \quad w = \frac{v}{r} \qquad \text{es decir que} \quad v = w.r$$

Es evidente que si w no es constante v tampoco lo será y en este caso además de existir aceleración centrípeta hay aceleración angular y aceleración tangencial.

La aceleración tangencial y la angular está relacionadas por la siguiente expresión $a_{tg} = \alpha.r$

Resumiendo: si s es la distancia recorrida sobre la trayectoria circular,

$$s = \theta(rad).r$$
$$v = w.r$$
$$a_{tg} = \alpha.r$$

**Observación:** Si un cuerpo se mueve en una trayectoria curva tiene aceleración centrípeta, si además su rapidez no es constante tiene también aceleración tangencial, la suma vectorial de ambas da como resultado la aceleración total del movimiento.

**MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME**

**Período y Frecuencia – Ecuaciones Horarias**

Ya hemos definido este movimiento. Además es uno de lo los movimientos denominados periódicos ya que el móvil pasa reiteradamente por cada punto de la trayectoria a intervalos de tiempos iguales y moviéndose de la misma manera cada vez (es decir con igual velocidad).
En este tipo de movimiento se llama ***período*** (T) al tiempo empleado en efectuar un giro completo. Es evidente que el período tiene dimensiones de tiempo.

Como $w = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ si $\Delta t = T$; $\Delta\theta$ corresponde a un giro, es decir $2\pi$,

Luego $w = \frac{2\pi}{T}$ de donde $T = \frac{2\pi}{w}$

Se conoce como ***frecuencia* (f)** al número de vueltas que la partícula da por unidad de tiempo. Si comamos un tiempo igual a T da sólo una vuelta con lo que resulta $f = \frac{1}{T}$
La dimensiones de frecuencia $[f]= \text{tiempo}^{-1}$
Si la unidad es $s^{-1}$se la denomina **Hertz (Hz)**. Otra unidad muy común para la frecuencia es r.p.m.
**Analiza que significa y cual es su equivalente con Hertz.**

En el movimiento circular uniforme no hay aceleración angular, la velocidad angular es constate y por lo tanto igual a la velocidad angular media, la posición angular en función del tiempo resulta

$$w = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta^{\circ}}{\Delta t}$$ despejando resulta

$\theta = \theta^{\circ} + w.t$ que es la ecuación horaria de la posición angular en un M.C.U.

Ahora contesta las siguientes cuestiones, justificando las respuestas. Si tienes dudas consulta con el docente

a) ¿Puede tener aceleración centrípeta un movimiento rectilíneo?¿y aceleración tangencial?
b) ¿La aceleración centrípeta es constante en un M.C.U.? ¿Su módulo es

constante?

c) ¿Hay aceleración angular en un M.C.U?
d) ¿En un tiro parabólico hay aceleración centrípeta? ¿Y aceleración tangencial? ¿Cuánto vale la aceleración total?
e) ¿Qué ocurre con el módulo de la aceleración centrípeta en un movimiento circular cuya rapidez aumenta? ¿Y si la rapidez disminuye? Analiza que ocurre en ambos casos con la velocidad angular y la aceleración angular

## EJERCICIOS DE APLICACIÓN

**ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

1) Realice un esquema de la situación problemática.
2) Elija un sistema de referencia y manténgase en él mientras resuelve el problema. Indíquelo en el esquema.
3) Identifique los datos del problema, asignándole el signo correspondiente, según el sistema de referencia elegido. Descomponga las magnitudes vectoriales en las componentes horizontales y verticales.
4) Identifique las cantidades que necesita encontrar
5) Analice cualitativamente el problema
6) Escriba las ecuaciones cinemáticas apropiadas. Resuélvalas. Preste atención a las unidades utilizadas
7) Interprete los resultados obtenidos y verifique si se corresponden con el análisis cualitativo hecho

1) Determine cuales de las siguientes expresiones son verdaderas. Justifique o discuta su respuestas
   a) De la composición de dos movimientos rectilíneos, siempre se obtiene un movimiento rectilíneo.
   b) La velocidad en el punto más alto de la trayectoria de un proyectil es nula.
   c) Un proyectil lanzado con cierto ángulo respecto de la horizontal, tarda el mismo tiempo en subir que en bajar hasta el nivel desde el cual fue lanzado. Que pasa si el nivel de impacto no es igual que el del lanzamiento.
   d) La velocidad con que llega al suelo un proyectil disparado desde el suelo, es igual a la velocidad con la que fue lanzado.
   e) El módulo de la velocidad con que llega al suelo un proyectil, disparado desde el suelo, es igual al módulo de la velocidad con la que fue lanzado.

2) Señale las semejanzas y diferencias que existen entre un tiro horizontal y una caída libre.

3) Desde el borde de un acantilado, una persona lanza horizontalmente una piedra con una con una velocidad inicial de 20 m/s. Si el acantilado se

encuentra a 50 m por encima del nivel del mar, hallar:

a) El tiempo que tarda la piedra en tocar el agua.
b) La distancia entre el borde del acantilado y el punto de impacto de la piedra
c) La velocidad con que la piedra impacta en el agua. Expresar en coordenadas cartesianas y polares

4) Resuelva el problema 3 pero con velocidad inicial de 25 m/s y de 30 m/s. Analice los resultados obtenidos.

5) Suponga que en el problema 3, en el instante que la persona lanza la piedra con una mano, deja caer otra piedra con la otra mano. Contesten las mismas preguntas para la piedra que cae.

6) Un cañón tiene un ángulo de elevación de 37° con la horizontal. Dispara un proyectil desde lo alto de una colina. El proyectil parte a una rapidez de 50 m/s. Elegir un sistema de referencia, y despreciando todo rozamiento:
   a) Halle la posición del perdigón a los 2 s, 5 s y 8 s después de haber partido, respectivamente. Represente en un diagrama X-Y.
   b) Determine (en coordenadas polares y cartesianas) las componentes de los vectores velocidad en los instantes anteriores. Represente dichos vectores en las cuatro posiciones conocidas del diagrama anterior.
   c) Halle en que instante se encuentra el mismo nivel que el de partida, que posición ocupa y cual es su velocidad en ese instante.
   d) Sin hacer cuentas, justifique entre que instantes de los especificados Cree usted que el proyectil alcanzará la máxima altura ¿Que velocidad tendrá allí? Calcúlelo ahora y verifique su hipótesis.
   f) Con toda la información anterior, dibuje la trayectoria del proyectil. Escribe la ecuación de la misma.

7) Con referencia al problema anterior, el proyectil es disparado desde el mismo punto a 50 m/s, pero formando un ángulo de 53° con la horizontal.
Desarrolle las mismas preguntas, haciendo los diagramas en la misma escala. Compare ambos diagramas. Si ambos perdigones hubieran partido simultáneamente, ¿Se encontrarían nuevamente? ; ¿Dónde?.

8) Un arquero arroja oblicuamente una flecha, la que parte desde una altura de 1,25 m; con una velocidad de 20 m/s y formando un ángulo de 53° con la horizontal. La flecha pasa por encima de un pino que esta a 24 m de distancia y va a clavarse a 10 m de altura en otro árbol que se alza más

atrás. Despreciando el efecto del rozamiento, y considerando que la flecha siempre es paralela a su velocidad:

a) Halle cuanto duró el vuelo de la flecha
b) ¿Con qué velocidad llego al árbol?, ¿y con qué ángulo se clavó?
c) Halle la máxima altura que puede tener el pino.

9) Un transporte supersónico vuela horizontalmente a una altitud de 20 km con una rapidez de 2500 km/h. De pronto se desprende un motor.
    a) ¿Cuánto tardará el motor en llegar al suelo?
    b) ¿A qué distancia horizontal del lugar del accidente estará el motor cuando llegue al suelo?
    c) A qué distancia de la aeronave se encontrará el motor al llegar al suelo (suponiendo que la aeronave siga su vuelo como si no hubiera pasado nada?

    Desprecie el rozamiento con el aire

10) En un cierto tiro oblicuo se comprueba que su alcance es de 150 m y la altura máxima de 6 m. Halle:
    a) La velocidad inicial. Expresar el resultado en coordenadas cartesianas y coordenadas polares
    b) El tiempo de vuelo.

11) Una pelota lanzada horizontalmente desde un edificio de 13 metros de alto choca con el suelo a 50 m del edificio. ¿Con qué velocidad fue lanzada la pelota?

12) Se ha observado que las cigarras saltan en forma horizontal distancias de hasta de 80 cm sobre el nivel del suelo. Las fotografías de sus saltos muestran que por lo general toman un ángulo de aproximadamente 55° con la horizontal. Calcule la velocidad inicial que da un salto de 80 cm tomando un ángulo de 55° y la distancia horizontal que se desplaza.

13) Un jugador de fútbol ejecuta un tiro libre lanzando la pelota con un ángulo de 30° con la horizontal y una velocidad de 20 m/s. Un segundo jugador corre a velocidad constante para alcanzar la pelota partiendo al mismo tiempo que ella desde 20 metros más delante de la posición de tiro libre. Calcule con qué velocidad debe correr el segundo jugador para alcanzar la pelota justo cuando esta llega al suelo.

14) Determine cuáles de las siguientes expresiones son verdaderas. Justifique

o discuta las respuestas

a) Todos los puntos de un disco, que giran con movimiento circular uniforme, tienen la misma velocidad angular.
b) Todos los puntos de un disco, que giran con movimiento circular uniforme, tienen la misma velocidad lineal.
c) Un cuerpo que se mueve con movimiento circular uniforme tiene aceleración nula.
d) La velocidad de un cuerpo que realiza un movimiento circular es perpendicular al radio de la circunferencia que describe.

15) Determine cuáles de las siguientes expresiones son verdaderas. Justifique o discuta las respuestas

a) Cuando un cuerpo realiza un movimiento circular variado, se mueve cada vez mas rápido sobre la circunferencia que describe.
b) Cuando un cuerpo realiza un movimiento circular variado, su aceleración es tangente a la circunferencia.
c) Cuando la aceleración angular de un cuerpo es constante, el módulo de la componente tangencial de la aceleración es constante.
d) Si el módulo de la velocidad lineal de un cuerpo se mantiene constante, su aceleración tangencial vale cero.

16) Sabiendo que el diámetro terrestre es 12.750 km y que la tierra realiza una rotación completa cada 24 horas aproximadamente, calcule la aceleración centrípeta de un cuerpo que se encuentra en el ecuador. Hacia dónde apunta?

17) Un volante gira a razón de 90 rpm. ¿Cuál es la velocidad angular? Cuál es el período?. ¿Cuál es la velocidad lineal de un punto ubicado a 60 cm de eje de rotación? ¿Cuál es el ángulo barrido en tres segundos? ¿Cuántos giros dio?

18) Un niño se para en el borde de una calesita y observa que pasa frente a la sortija cada 50 segundos. Suponer que la distancia al centro de la calesita es de 2 metros.

a) ¿Cuál es la velocidad angular con que gira la calesita?
b) ¿Cuál es la rapidez con que se desplaza el niño respecto del centro?
c) ¿Cuánto vale la aceleración del niño?
d) ¿Cuántas posibilidades tiene de conseguir la sortija, si la calesita gira durante 2 minutos?

e) Suponga que, repentinamente, el niño se suelta de la calesita, ¿Hacia dónde cae?

19) Un disco de 20 cm de radio gira a 33,33 rpm.

a) Hallar su velocidad angular, y la tangencial en un punto de su borde.

b) Repetir para otro punto situado a 10 cm del centro.

20) Un satélite artificial gira alrededor de la Tierra, dando una vuelta completa cada aproximadamente 90 minutos. Suponiendo que su órbita es circular, que el radio medio de la Tierra es 6370 km, y que la altura media del satélite sobre su superficie es 280 km, determinar su velocidad tangencial.

21) Las ruedas de un automóvil tienen 60 cm de diámetro. Calcular con que velocidad angular giran, cuando el automóvil marcha a 72 km./h en un camino rectilíneo, sin que resbalen.

22) Un automóvil, cuyo velocímetro indica en todo instante 72 km./h, recorre el perímetro de una pista circular en un minuto. determinar el radio de la misma. si el automóvil tiene aceleración en algún instante, determinar su módulo, dirección y sentido.

23) Conteste verdadero o falso- Justifique

a) El vector velocidad está siempre en la dirección del movimiento
b) Si un cuerpo se mueve con rapidez constante entonces su aceleración es cero
c) Si la aceleración es cero, entonces la velocidad debe ser constante
d) Es imposible desplazarse a lo largo de una curva sin aceleración

# MÓDULO 5

## DINÁMICA

**Contenidos:**

- **Dinámica**
- **Fuerzas e interacciones**
- **Fuerzas en la Naturaleza**
- **Leyes del Movimiento – Leyes de Newton**
- **Diagrama de Cuerpo Libre o Diagrama de Fuerzas**
- **Fuerzas Gravitatorias**
- **Normales y Tensiones**
- **Fuerza elástica**
- **Fuerza de Rozamiento**
- **Ejercicios de Aplicación**

# DINÁMICA

Ya hemos estudiado como describir el movimiento es una y dos dimensiones, ahora nos ocuparemos de las causas fundamentales que producen o modifican el movimiento.

**Dinámica** es la parte de la mecánica que estudia la relación entre el movimiento y las causas que lo producen (las fuerzas). El movimiento de un cuerpo es el resultado de las interacciones con otros cuerpos que se describen mediante fuerzas.

Isaac Newton, nacido en l642, año en que murió Galileo, se abocó a la tarea de explicar las causas del movimiento.

La *mecánica newtoniana*, o mecánica clásica, es la rama de la física que trata la cinemática y la dinámica de los objetos a gran escala (macroscópicos). La esencia de la mecánica newtoniana, que se utiliza ampliamente para describir el movimiento de objetos tan diferentes como pelotas de golf y naves espaciales se encuentra en las tres leyes del movimiento de Newton.

Las leyes de Newton no se aplican al dominio de lo muy pequeño (es decir, a los átomos y moléculas y de lo muy rápido (objetos que se mueven a velocidades cercanas a la de la luz) pero sí de aplican en todo lo demás. Por lo que los conceptos que estudiaremos aquí forman la base de nuestra comprensión de gran parte de la física.

Vamos a encontrar que las leyes del movimiento explican una asombrosa variedad de fenómenos y que el mundo que nos rodea parecerá diferente cuando hayamos entendido su significado.

## FUERZAS E INTERACCIONES

### ¿Qué es una fuerza?

El concepto de fuerza es central en la Física. No sólo es fundamental, también es uno de los más intuitivos. Sin embargo, y para sorpresa de los estudiantes (cuando quieren adentrarse en la epistemología del concepto), es uno de los más difíciles, abstractos y enigmáticos de la Física.

Antes de continuar, detente un momento y trata de responder ¿Qué es una fuerza? ¿Cómo definirías este concepto? ¿Qué ideas asocias a una fuerza? ¿Es una magnitud escalar o vectorial? Analízalo desde el punto de vista físico.

Identifica distintas fuerzas que actúan en el mundo que te rodea
Entender el concepto de fuerza constituye la base para comprender las leyes del movimiento.

En el lenguaje cotidiano, una fuerza es un empuje o un tirón.
Cuando empujamos un carrito del supermercado, cuando abrimos una puerta, cuando levantamos un cuerpo, ejercemos una fuerza.

Si soltamos algo y cae, decimos que es por la fuerza gravitatoria.

Pero todas las fuerzas no están asociadas al movimiento, si un libro está apoyado sobre una mesa la fuerza de atracción gravitatoria existe aunque el cuerpo no se mueva pues a su vez la mesa hace una fuerza hacia arriba sobre el libro.

Puedo empujar un cuerpo muy pesado y no moverlo a pesar de la fuerza aplicada.

Un resorte deformado hace una fuerza.

Una lámpara colgada en el techo no cae porque existe una fuerza hacia arriba ejercida por el soporte.

Observemos que la ***fuerza*** *no es una propiedad del objeto, sino que representa una interacción del cuerpo con un agente externo.*

Es decir para que una fuerza actúe sobre un cuerpo debe haber algo externo aparte del cuerpo que ocasione la fuerza.
Una característica importante de la fuerza es su **direccionalidad**: podemos ejercer diversas fuerzas sobre un cuerpo en diferentes direcciones.

La fuerza **es una magnitud vectorial** ya que tiene una intensidad (módulo) indicada por una cantidad y una unidad, tiene dirección y sentido.

Siempre que aplicamos una fuerza sobre un cuerpo, **puede cambiar su forma y/o su estado de reposo o movimiento que posee**.

Resumiendo, podemos decir que una **fuerza** es una magnitud vectorial que representa una interacción con el medio, que pude deformar un cuerpo y/o producir o modificar el movimiento.

**¿Cómo se mide una fuerza?**

Un instrumento para medir una fuerza denomina dinamómetro, DINA es una unidad de fuerza. El dinamómetro más simple es un resorte calibrado.

Tomemos un resorte con uno de sus extremos fijo y en el otro ejercemos una fuerza que lo estira una longitud **x,** si le ejercemos una fuerza que es el doble de la anterior se estira **2x**. Es decir la deformación que sufre el resorte es proporcional a la fuerza aplicada. Se calibra el resorte y se elige una escala adecuada. Debemos usar resortes adecuados a la magnitud de las fuerzas que se desean medir, es decir que cuando dejan de actuar las fuerzas aplicadas el resorte vuelve a su longitud original y no que en ellos se produzca una deformación permanente.

FUERZAS EN LA NATURALEZA

Antes de estudiar la Leyes del Movimiento vamos a conocer algo más sobre las fuerzas ya que es fundamental saber exactamente cuáles son las que en un determinado momento están actuando sobre un cuerpo.
Veamos cuales son las fuerzas que existen en la naturaleza y cómo podemos clasificarlas.

Las teorías actuales buscan la unificación de las fuerzas básicas de la

naturaleza en el marco de una sola teoría, pero hasta ahora han tenido un éxito parcial.
Pero, sin profundizar demasiado, se puede describir y explicar todos los fenómenos de la naturaleza mediante la acción de sólo cuatro fuerzas fundamentales:

- **Las gravitatorias:** son fuerzas de atracción entre los cuerpos debido a sus masas. Una de ellas es responsable del peso de los cuerpos sobre la tierra.
- **Las electromagnéticas:** incluye tanto las fuerzas eléctricas y magnéticas y son relativamente fuertes. Entre ellas están: tensiones, normales, fuerzas de rozamiento, fuerza elásticas, empuje, etc.
- **Las nucleares fuertes:** mantiene unidas las partículas dentro del núcleo atómico, como protones y neutrones. Son muy intensas y de corto alcance.
- **Las nucleares débiles**: mantienen unidas otras partículas dentro del núcleo. Son débiles, de corto alcance y surgen en algunos procesos de desintegración radioactivas.

Nosotros nos ocuparemos sólo de las dos primeras

Es importante mencionar la diferencia entre *fuerzas de contacto* y *fuerzas de campo o fuerzas de acción a distancia.*

**Las fuerzas de contacto** son aquellas que se originan en el contacto físico entre el cuerpo y su entorno. Por ejemplo si tiramos con una soga un cuerpo, hay una tensión, Si un cuerpo está apoyado sobre una superficie, existe una normal; si un cuerpo está unido a un resorte deformado hay una fuerza elástica; sobre un cuerpo moviéndose sobre una superficie rugosa actúa una fuerza de rozamiento, un cuerpo sumergido recibe una fuerza denominada empuje, un gas ejerce una fuerza sobre las paredes del recipiente que lo contiene como resultado de las colisiones de las moléculas contra las paredes, etc.

En las **fuerzas de campo o fuerzas de acción a distancia** no necesariamente deben estar los cuerpos en contacto físico para ser ejercidas, actúan a través del espacio, como ejemplo tenemos las fuerzas gravitatorias, las fuerzas magnéticas y las eléctricas.

Los primeros científicos, incluyendo a Newton, sentían bastante inquietud en el concepto de una fuerza actuando entre dos objetos desconectados. Para superar este problema. Michael Faraday (1791-1867) introdujo el concepto de campo.

Es importante mencionar que la diferencia entre fuerzas de contacto y fuerzas de campo no es tan significativa. A nivel atómico, las llamadas fuerzas de contacto se deben en realidad a fuerzas entre cargas eléctricas, las cuales en sí mismas son fuerzas de campo. Sin embargo, al desarrollar los modelos para los fenómenos macroscópicos es conveniente tener presente esta clasificación.

**Fuerzas concurrentes**

En esta sección seguimos considerando el concepto de cuerpo puntual, ya que sólo nos referiremos a aquellas fuerzas relacionadas con cuerpos en reposo o que se trasladan, no tendremos en cuenta cuerpos que rotan sobre sí mismos.
En este caso si tenemos varias fuerzas ejercidas al mismo tiempo sobre un cuerpo, decimos que son fuerzas "concurrentes" es decir todas aplicadas en un mismo punto.
Ya vimos el concepto de fuerza resultante o fuerza neta o sumatoria de fuerzas $R = F_{neta} = \sum F$ .

# LEYES DEL MOVIMIENTO

Hay cuatro nombres destacados en la evolución de las ideas sobre la mecánica: Galileo Galilei, que descubrió la inercia al darse cuenta que cuando no se ejerce ninguna fuerza sobre un cuerpo este puede permanecer indefinidamente en movimiento; Isaac Newton, que explicó el movimiento de los astros y halló la relación proporcional que existe entre fuerzas y aceleraciones; Mach, que resolvió muchas de las objeciones que mereció la mecánica de Newton por necesitar de la idea de un espacio absoluto e inmóvil, y Eistein, que postuló la equivalencia entre campos de gravitación y aceleraciones y con ello logró la equivalencia de todos los sistemas de referencia.
Nosotros nos abocaremos al estudio de las leyes del movimiento de Newton en donde están contenidas las relaciones fundamentales de la mecánica clásica.

.

El trabajo de Newton presentó un gigantesco paso adelante en nuestra comprensión del mundo natural y ejerció gran influencia sobre la ciencia y sobre la manera de entender la ciencia.

Aunque los progresos del siglo veinte han demostrado que las leyes de Newton son inadecuadas para el estudio del mundo atómico y para velocidades comparadas a la de la luz ($3.10^8$m/s), siguen suministrando un marco extremadamente preciso para el estudio de los objetos macroscópicos a velocidades ordinarias, por lo tanto resultan totalmente adecuadas para su aplicación en la mayoría de problemas de astronomía, biomecánica, geología, ingeniería, etc.

# LAS LEYES DE NEWTON

## LA PRIMERA LEY DE NEWTON

La Primera Ley de Newton establece que
"*Todo objeto continúa en estado de reposo, o de movimiento rectilíneo uniforme, a no ser que sobre él actúen fuerzas que hagan cambiar su estado*"

Es decir que si sobre un cuerpo no actúan fuerzas o la suma de todas las fuerzas que actúan es nula, entonces

- El cuerpo en reposo sigue en reposo
- El cuerpo en movimiento se mueve con M.R.U.

$$\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = 0$$

Esta ley se cumple sólo en sistemas de referencia inercia, es decir para un sistema de referencia en reposo o con movimiento rectilíneo uniforme.

Cuando el estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme de un objeto no cambia decimos que dicho objeto está en equilibrio, éste puede ser equilibrio estático (cuerpo en reposo) o equilibrio dinámico (cuerpo con velocidad constante)

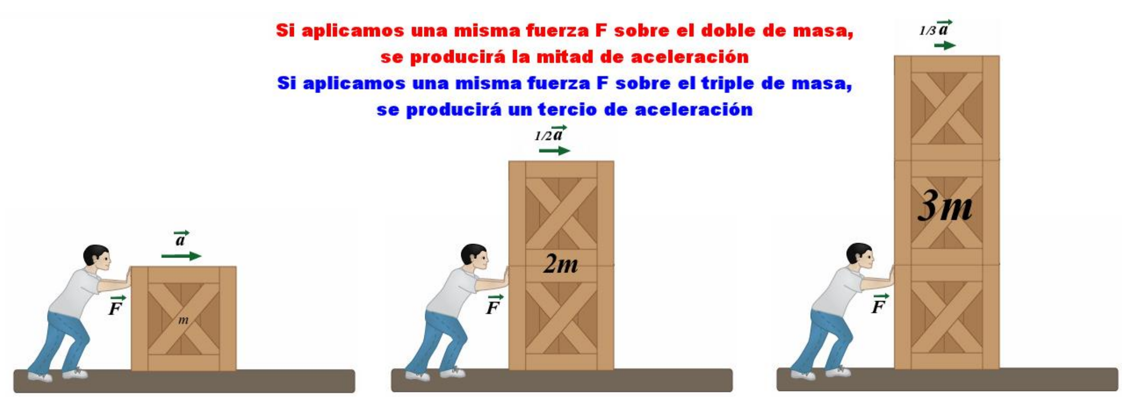
## SEGUNDA LEY DE NEWTON

La segunda ley responde a la pregunta de ¿qué le sucede a un objeto que tiene una fuerza resultante distinta de cero actuando sobre él?

Supongamos una situación en la cual se está empujando un bloque bien pulido sobre una superficie horizontal también bien lisa, donde podemos despreciar fuerzas tales como las de rozamiento.

Cuando ejercemos una fuerza horizontal **F**, el bloque se mueve con una cierta aceleración **a**; si se aplica una fuerza igual al doble (2**F**), vemos que la aceleración se duplica. De igual forma si triplicamos la fuerza (3 ) aplicada sobre el mismo bloque, la aceleración también se triplica. De estas observaciones, podemos concluir que ***la aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza resultante que actúa sobre él.***


Pero si en lugar de modificar la fuerza, modificamos la masa del cuerpo veremos que la aceleración depende también de su masa. Consideremos el siguiente experimento. Aplicamos una fuerza **F** a un bloque bien pulido sobre una superficie horizontal también bien lisa, donde podemos despreciar fuerzas tales como las de rozamiento, el bloque se mueve con una cierta aceleración **a,** ahora si para la misma fuerza **F** duplicamos la masa la aceleración que adquiere el bloque es **a/2**. Si la masa se triplica, la misma fuerza producirá una aceleración **a/3**, y así sucesivamente. Es decir que de acuerdo a lo observado podemos establecer que ***la aceleración de un objeto es inversamente proporcional a la a la masa.***




La Segunda Ley de Newton es un resumen de estas observaciones, y establece que:

***"La aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza resultante que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa"***

Esto significa que cuando existe una fuerza neta sobre un cuerpo, dicho cuerpo experimenta una aceleración en la misma dirección de la fuerza. La aceleración y la fuerza también son proporcionales en módulo.
Si dos magnitudes son proporcionales, una de ella es igual a un número ( o constante de proporcionalidad) por la otra. En este caso la constante de proporcionalidad es la masa del cuerpo. De esto resulta que para esta Segunda Ley podemos escribir

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{neta} = m.\vec{a}$$

¿Veamos cuál es el significado físico de m?
Sabemos por experiencia que no todos los cuerpos se pueden poner en movimiento con la misma facilidad. Todo parece indicar que la dificultad para acelerarlos aumenta con la cantidad de materia que contienen.

La **masa** de un cuerpo es una medida de la **cantidad de materia** que forma el cuerpo y a diferencia de una fuerza, es una magnitud escalar. La masa resulta ser una propiedad intrínseca del cuerpo que mide su resistencia a ser acelerado, mide la **inercia** del cuerpo.

La segunda ley no sólo nos indica que pasa si la fuerza neta actuante sobre un cuerpo es distinta de cero, sino que si nosotros vemos un cuerpo que se mueve con cierta aceleración eso nos indica que en la misma dirección y sentido de la aceleración está la resultante de las fuerzas aplicadas sobre dicho cuerpo.

La segunda ley de Newton $\sum \vec{F} = m.\vec{a}$ nos proporciona otra manera de definir las unidades de fuerza en los diversos sistemas.

Una fuerza de **1 N** es la necesaria para que aplicada sobre una masa de 1kg produce una aceleración de 1 $m/s^2$.

En cambio **1 kgf** ($\vec{kg}$ ) es la fuerza con que es atraída por la tierra una masa de 1 kg, que adquiere una aceleración de 9,8 $m/s^2$.

TERCERA LEY DE NEWTON

La Tercera Ley de Newton, o ley de las interacciones, describe una importante propiedad de las fuerzas, es que las fuerzas en la naturaleza siempre existen de a pares, no puede existir una sola fuerza aislada. Esta ley afirma que:

***"Si dos cuerpos interaccionan, la fuerza que ejerce el cuerpo 1 sobre el cuerpo 2 es igual y opuesta a la fuerza del cuerpo 2 sobre el cuerpo** 1"*

$$F_{1,2} = F_{2,1}$$

La fuerza que el cuerpo 1 ejerce sobre el cuerpo 2 suele denominarse ***fuerza de acción***, mientras que la fuerza que ejerce el cuerpo 2 sobre el cuerpo 1 se conoce como ***fuerza de reacción.***

El par acción-reacción está formado por fuerzas de igual módulo y dirección pero de sentido contrario y actúan sobre diferentes cuerpos.

Observemos que las fuerzas acción y reacción nunca pueden equilibrarse entre ellas porque actúan sobre cuerpos diferentes.

Veamos algunos ejemplos de pares acción –reacción: Cuando se golpea un clavo con un martillo, la fuerza que ejerce el martillo sobre el clavo es igual y contraria a la fuerza que recibe el martillo. Si empujamos un cuerpo con nuestras manos, a su vez ellas son presionadas por el cuerpo. Cuando se dispara una bala con un arma, ésta ejerce una fuerza a la bala para dispararla, pero a su vez, la bala ejerce una fuerza sobre el arma que hace retroceder a esta.

## DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE o DIAGRAMA DE FUERZAS

La gran dificultad que presentan los alumnos en la resolución de problemas de Dinámica es saber establecer dónde hay una fuerza: el 80% de los fracasos surgen de lo siguiente:

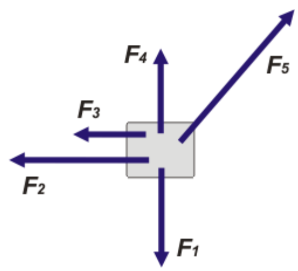
**a)** suelen inventar fuerzas que en realidad no están actuando o directamente no existen;

**b)** omiten fuerzas que están actuando porque no llegaron a percibir su presencia;

**c)** conocen la presencia de una fuerza pero la ubican mal, o invierten su sentido o no se dan cuenta de que es el par de interacción de otra fuerza conocida.

El ***diagrama de cuerpo libre o diagrama de fuerzas***, consiste en dibujar cada uno de los cuerpos que aparezca en un problema y sobre el cual queremos establecer su dinámica, por separado y sobre él, indicar con vectores todas las fuerzas que obran sobre el cuerpo (NO las que él ejerce sobre otros... *¡sólo las que él sufre, las que él recibe!*)

Suelen quedar de esta forma.




Conviene no encimar los vectores ya que sólo es un esquema y trabajamos con el concepto de cuerpo puntual. Si $\boldsymbol{F_2}$ y $\boldsymbol{F_3}$ se enciman no se alcanzará a identificar correctamente cada fuerza, en cambio sí es necesario que el origen de cada fuerza representada esté dentro del cuerpo.

El diagrama sirve para guiarnos para establecer las ecuaciones de Newton, $\Sigma \vec{F} = m\,\vec{a}$, y según los ejes con los que se trabaja, ver cuáles son las fuerzas que se necesitan descomponer.

En un diagrama de fuerzas nunca hay que dibujar vectores que no sean las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, por ejemplo una aceleración o una velocidad, estos vectores se dibujan fuera del cuerpo.

# FUERZAS GRAVITATORIAS

La fuerza más común en nuestra experiencia cotidiana es la fuerza de atracción gravitatoria de la Tierra sobre un objeto a la cual se la denomina **peso** del cuerpo. Si dejamos caer un cuerpo cerca de la superficie terrestre y despreciamos la resistencia del aire, vemos que el cuerpo adquiere una aceleración dirigida hacia el centro de la tierra cuyo valor es de 9,81 $m/s^2$.

Este valor es el mismo para todos los cuerpos cercanos a la tierra independientemente de cuál sea su masa. Como la aceleración de un cuerpo es el cociente entre la fuerza aplicada y la masa de cuerpo podemos decir que el peso del cuerpo en este caso es P = m.g y es una fuerza dirigida hacia el centro de la tierra.

En realidad las propiedades de las fuerzas gravitatorias fueron estudiadas por Newton a partir de datos experimentales sobre el movimiento de los planetas del sistema solar y generalizó sus resultados enunciando la Ley de Gravitación Universal que expresa:

> *Dos partículas de masa $m_1$ y $m_2$ separadas una distancia **d** son atraídas entre sí por una fuerza que actúa a lo largo de la línea que une las dos partículas y cuyo módulo es $F_G = G\frac{m_1 . m_2}{d^2}$ , donde G es la constante de gravitación universal cuyo valor no depende de las partículas que interactúan.*

$G = 6{,}672\ 10^{-11} N\ m^2/kg^2$ (valor determinado por el inglés H Cavendish)
d = distancia entre los cuerpos, de centro a centro

Estas fuerzas gravitatorias entre cuerpos comunes son despreciables debido al valor tan pequeño de G.

Por otro lado la expresión de $F_G$ nos está indicando que son directamente proporcionales a las masas de los cuerpos e inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que los separa.

Si uno de los cuerpos es la tierra, de masa extraordinariamente grande, ejerce sobre los cuerpos fuerzas gravitatorias ya no despreciables.

$$F_G = G\frac{M_T . m}{(R_t + h)^2}$$

Donde $M_T$ es la masa de la tierra y $R_t$ es el radio terrestre y h es la distancia entre la superficie terrestre y el cuerpo respectivamente.

Para cuerpos cercanos a la superficie de la tierra, es decir cuando $h \ll R_t$, y como $F = m\,g$ resulta $m\,g \cong G\frac{M_T.m}{R_t^2}$

Conociendo el valor de $G$ y sabiendo que el radio terrestre es aproximadamente 6400 km y que la masa de la tierra es $5{,}98\ 10^{24}$kg calcula el valor de g. (Presta atención con las unidades)

Es evidente que la fuerza que ejerce la tierra sobre los cuerpos va disminuyendo a medida que aumenta h, es decir a medida que el cuerpo se aleja de la tierra.

Otra cuestión para tener en cuenta es que el radio terrestre no tiene el mismo valor en cualquier punto de la tierra.

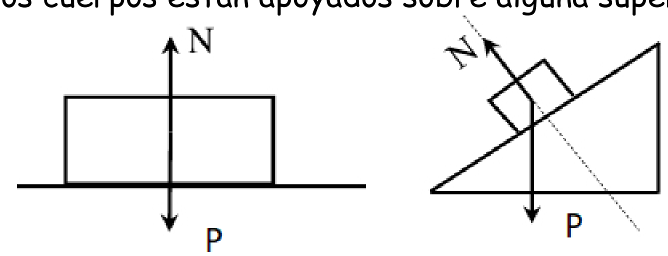
Analiza ¿cómo influye esto en el peso de los cuerpos?, ¿qué ocurre si el cuerpo se ubica en cercanía de otro cuerpo celeste distinto de la tierra, por ejemplo de la luna?, Compara el peso y la masa de un cuerpo en cercanía de la tierra y en cercanía de la luna.

Así pues, el peso, a diferencia de la masa, no es una propiedad intrínseca de un cuerpo. El peso de un cuerpo varía con la latitud y con la altitud. *El peso es una fuerza,* y es la fuerza con que un cuerpo es atraído por la tierra. Discute el cumplimiento de la tercera ley de Newton en estos casos.

## NORMALES y TENSIONES

La mayoría de las fuerzas que abarcaremos son fuerzas de contacto (a excepción de la gravitatoria = peso)

Cuando dos cuerpos están en contacto, se ejercen fuerzas mutuamente debidas a la interacción de las moléculas de uno contra el otro. Supongamos un libro apoyado sobre una mesa horizontal. El peso del libro tira hacia abajo, presionándolo sobre la mesa. Como las moléculas de la mesa ofrecen una gran resistencia a la compresión, la mesa ejerce sobre el libro una fuerza que hacia arriba perpendicular (o normal) a la superficie de apoyo. A su vez la superficie del libro ofrece una resistencia a la compresión ejerciendo una fuerza sobre la mesa hacia abajo y perpendicular a la superficie de apoyo. Es decir, en la superficie de contacto entre el libro y la mesa, se originan dos fuerzas, un par acción-reacción, de igual módulo y dirección, de sentido contrario y aplicado sobre cuerpos distintos. Estas fuerzas son las denominadas **Normales** que existen cuando los cuerpos están apoyados sobre alguna superficie.




Si tiramos un cuerpo mediante una cuerda flexible, esta se estirará ligeramente tensionándose y tirará del cuerpo. Sobre el cuerpo actuará una fuerza originada por la acción de la cuerda, a su vez el extremo de la cuerda sentirá la fuerza ejercida sobre ella por el cuerpo. Este par acción-reacción se denomina **Tensión.** La cuerda al ser flexible no puede ejercer una fuerza de compresión como en el caso de las normales.

## Ejercicio ejemplo

Dos bloques de masas m1 = 20 kg y m2 = 15 kg, apoyados el uno contra el otro, descansan sobre un suelo perfectamente liso. Se aplica al bloque m1 una fuerza F = 40 N horizontal y se pide:

a) Aceleración con la que se mueve el sistema

b) Fuerzas de interacción entre ambos bloques.

c) Resolver el mismo problema para el caso en que la fuerza F este aplicada sobre m2 y ambos cuerpos estén unidos.

Resolución:

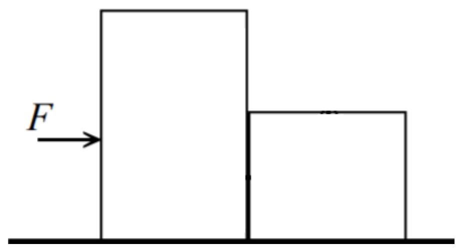
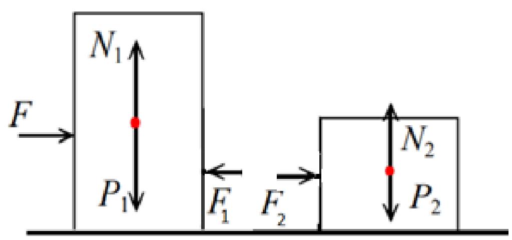



Diagrama de cuerpo Libre




a) Aceleración con la que se mueve el sistema.

ΣF1x = m1 .a F – F1 = m1 .a

ΣF2x = m2 .a F2= m2 .a como F1 y F2 son iguales y de signo contrario por ser par acción reacción, si sumamos miembro a miembro ambas ecuaciones, nos queda

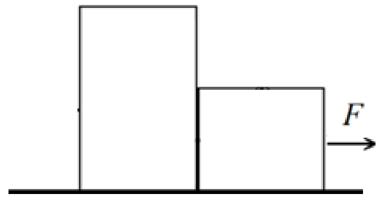
F = (m1 + m2).a $a = \frac{F}{m_1+m_2} = \frac{40N}{20kg+15\,kg} = 1{,}14\ m/s^2$

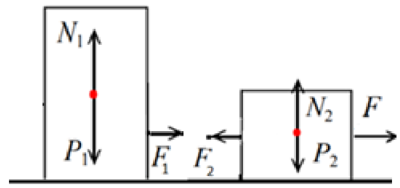
b) Fuerzas de interacción entre bloques

En el bloque de masa m2:

F2= m2 .a F =15 kg.1,14 m/s2 = 17,1 N

c) Para el caso que F este aplicado sobre m2




Aceleración con la que se mueve el sistema.

ΣF1x = m1 .a          F1 = m1 .a

ΣF2x = m2 .a          F2 – F = m2 .a

En este caso va a ser la misma, ya que la fuerza que pone el cuerpo en movimiento es la misma y las masas de los cuerpos son las mismas y por lo tanto

F = (m1 + m2).a          $a = \frac{F}{m_1+m_2} = \frac{40N}{20kg+15\,kg} = 1{,}14\ m/s^2$

Fuerzas de interacción entre bloques

ΣF1x = m1 .a          F1 = m1 .a = 20 N.1,14 m/s2 = 22,8 N

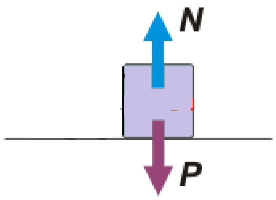
Notemos que en este caso la fuerza de interacción entre los bloques es mayor por ser la responsable de mover con igual aceleración al cuerpo de m1 de mayor masa

Fuente:

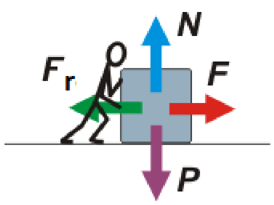
https://web.ua.es/es/cursos-cero/documentos/-gestadm/dinamica-ejercicios.pdf

## FUERZAS DE ROZAMIENTO

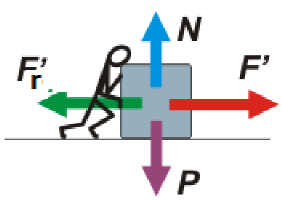
Hay muchas clases de rozamiento: entre sólidos, entre sólido y líquidos, entre sólido y gas, entre líquidos, etc.
Nosotros sólo analizaremos el rozamiento por deslizamiento entre superficies sólidas.
Analicemos la siguiente situación:
Tenemos sobre el suelo un gran cuerpo y lo empujamos horizontalmente con una fuerza pequeña, es posible que no logremos moverlo.
La razón el suelo ejerce una fuerza de rozamiento estático que equilibra a la fuerza por nosotros aplicada.



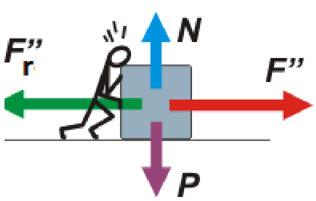

Ahí aparecen las fuerzas que obran sobre el cuerpo. El peso del bloque, ***P***, y el apoyo del piso, ***N***, son las fuerzas verticales. Inicialmente no existen fuerzas horizontales.



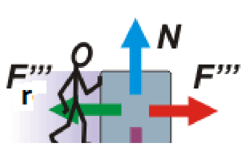

Si aplicamos una fuerza horizontal, ***F*** con la que empujamos al cuerpo y vemos que el mismo no se mueve, entonces, su aceleración es cero. Y como confiamos en Newton y su Segunda Ley, $\Sigma F_x = m\, a_x$, no nos cabe más que concluir que alguna otra fuerza, también horizontal, de igual en módulo que ***F*** y sentido contrario debe estar actuando. La llamaremos, $F_r$




Como queremos mover el cuerpo aumentamos la fuerza horizontal F' pero el cuerpo continua sin moverse por lo que concluimos que la fuerza Fr' aumenta también.



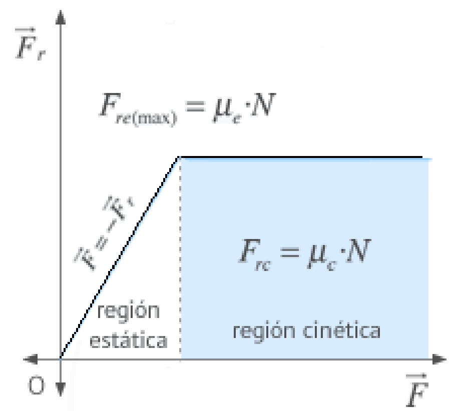

Si ahora vamos aumentando la fuerza horizontal ejercida sobre el cuerpo veremos que la fuerza Fr también continua aumentando hasta que llegará un punto en que sí pondremos en movimiento el cuerpo, incluso la sensación es que, una vez en movimiento, debemos hacer menos fuerza para mantener el cuerpo moviéndose.




Se pueden distinguir dos tipos de fuerzas de rozamiento y cuyo comportamiento presentan algunas diferencias: **rozamiento estático y rozamiento dinámico.**

Este tipo de rozamiento se origina en las rugosidades que presentan ambas superficies.
estática surge cuando el cuerpo está en reposo y puede variar desde cero hasta un valor máximo $f_{e,.lim}$, según sea la intensidad con que empujemos. La $f_{e,.lim}$ es la que debemos superar para poner el cuerpo en movimiento.

La fuerza de rozamiento dinámica $f_d$ es la que ejerce el suelo sobre el cuerpo cuando hay movimiento, es constante y contraria al desplazamiento, es decir contraria a la velocidad. En general se cumple que la fuerza de rozamiento dinámica es menor que la fuerza de rozamiento estática máxima.




Se ha demostrado experimentalmente que estas fuerzas son independientes de la superficie de contacto, y son proporcionales a la fuerza normal. Se calculan

$f_{e,.lim} = \mu_e N$

$f_d = \mu_d N$

donde $\mu_e$ es el coeficiente de rozamiento estático, N fuerza normal y $\mu_d$ es el coeficiente de rozamiento dinámico.
Se ha encontrado experimentalmente que

- $\mu_e$ es mayor o igual que $\mu_d$
- $\mu_d$ no depende de la velocidad si son mucho menor que la velocidad de la luz.
- $\mu_e$ y $\mu_d$ dependen de la naturaleza de las superficies pero son independiente del área de contacto de las mismas.
- $\mu_e$ y $\mu_d$ son a-dimensionales, no tienen unidades, son sólo un número y suelen hallarse tabulados para aquellos pares de superficies relevantes para la industria. Si no los hallas, de todos modos, son muy fáciles de calcular.

EJEMPLOS

A) Un automóvil de 1000 kg de masa recibe la propulsión de su motor como una fuerza en dirección horizontal. Sabiendo que los coeficientes de rozamiento estático y dinámico de sus neumáticos con el asfalto en seco son $\mu_{es}$ = 0,8 y $\mu_{d}$ = 0,6 respectivamente.
a) Dibuja el diagrama de fuerzas y escribe las ecuaciones correspondientes a la situación planteada.

b) ¿Qué fuerza mínima deberá realizar el motor para que el automóvil comience a moverse?

c) ¿Cuál será la fuerza necesaria para mantener el movimiento con velocidad constante?

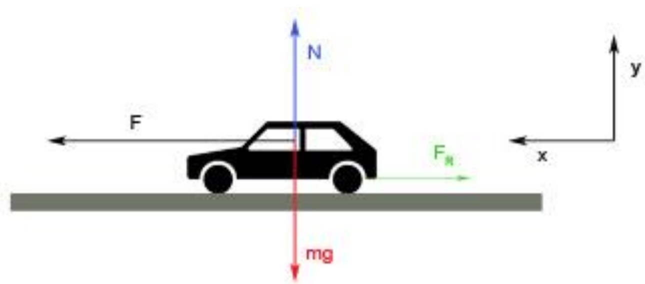
d) ¿Cuál será la aceleración que imprimirá al automóvil una fuerza de 10000 N?

e) De repente, el conductor observa un obstáculo en la calzada a una distancia de 250 m. Si la velocidad en ese momento es de 90 km/h y el conductor coloca la marcha en punto muerto, ¿qué fuerza de frenado mínima ($F_f$) deberá ejercerse para que el vehículo no colisione con el obstáculo?

Un automóvil de 1000 kg de masa recibe la propulsión de su motor como una fuerza en dirección horizontal. Sabiendo que los coeficientes de rozamiento estático y dinámico de sus neumáticos con el asfalto en seco son $\mu_{es}$ = 0,8 y $\mu_{di}$ = 0,6 respectivamente.

a) Dibuja el diagrama de fuerzas y escribe las ecuaciones correspondientes a la situación planteada.

El esquema de las fuerzas será similar al siguiente:



Debes observar que, por conveniencia, se han escogido los ejes coordenados como positivos en la dirección del movimiento. También cabe señalar que, en este caso, no es necesario descomponer ninguna fuerza por encontrarse todas en las direcciones de los ejes. Puedes comprobar que, en este caso, bastaría con hacer el ángulo de la fuerza cero para obtener las ecuaciones:

- Eje x: $F - F_R = m \cdot a \rightarrow F - \mu \cdot N = m \cdot a$
- Eje y: $N - m \cdot g = 0$

b) ¿Qué fuerza mínima deberá realizar el motor para que el automóvil comience a moverse?

El automóvil comenzará a moverse cuando la fuerza de rozamiento estático alcance su valor máximo, lo cual se obtiene haciendo cero la aceleración (valor límite en el que se inicia el movimiento) y sustituyendo el coeficiente de rozamiento $\mu$ por $\mu_{es.}$ Por tanto, queda:

$$\text{Eje x: } F - \mu_{es} \cdot N = m \cdot 0 = 0$$
$$\text{Eje y: } N - m \cdot g = 0$$

Despejando la Normal de la ecuación del eje y, obteniendo $N = m \cdot g$, y sustituyendo su valor en la primera ecuación:

$$F - \mu_{es} \cdot m \cdot g = 0 \rightarrow F = \mu_{es} \cdot m \cdot g = 0{,}8 \cdot 1000 \cdot 9.8 = 7840 \text{ N}$$

c) ¿Cuál será la fuerza necesaria para mantener el movimiento con velocidad constante?

En este caso el cuerpo ya se encuentra en movimiento, por lo que el coeficiente de rozamiento a utilizar será el dinámico. Además, si el movimiento es con velocidad constante, su aceleración deberá ser cero y las ecuaciones serán similares a las del apartado anterior:

$$\text{Eje x: } F - \mu_d \cdot N = m \cdot 0 = 0$$
$$\text{Eje y: } N - m \cdot g = 0$$

El valor de la fuerza Normal sigue siendo $N = m \cdot g$, y por lo tanto:

$$F - \mu_{di} \cdot m \cdot g = 0 \rightarrow F = \mu_d \cdot m \cdot g = 0{,}6 \cdot 1000 \cdot 9{,}8 = 5880 \text{ N}$$

Como cabía esperar, es necesaria una fuerza menor para mantener el movimiento que para iniciarlo, debido al distinto valor de los coeficientes de rozamiento.

2) Una motorista se encuentra ascendiendo un puerto con una pendiente constante del 5%. Si la masa total del conjunto del conjunto motorista-moto es de 300 kg, responde a las siguientes cuestiones:

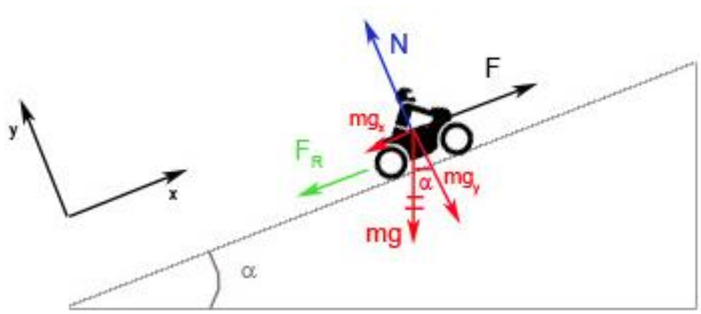
a) ¿Cuál es el ángulo de inclinación de la carretera respecto a la horizontal?
b) Dibuja el esquema de fuerzas que actúan sobre el sistema.
c) Calcula el valor mínimo del coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el asfalto para que la moto, con el motor apagado y completamente frenada, no comience a deslizarse hacia abajo.
d) Determina la fuerza que deberá realizar el motor para subir con velocidad constante, supuesto un coeficiente de rozamiento $\mu_d = 0{,}5$

a) Que la pendiente sea del 5% significa que por cada 100 metros recorridos se ascienden 5 metros. Por lo tanto se cumplirá que

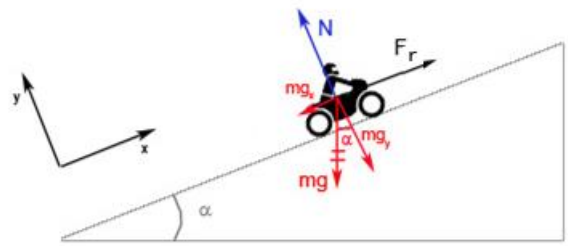
sen α = 5/100 = 0.05,

y entonces α = arcosen 0,05 = 2,87º

b)




c) Con el motor apagado F = 0 , entonces el diagrama de fuerzas es




$\overrightarrow{F_y} = 0 \quad \Rightarrow \quad N - mg_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg_y$

$\Rightarrow \quad F_r = \mu . N = \mu . mg_y$

Como no desliza sobre el plano $\sum \overrightarrow{F_x} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_r - mg_x = 0$

Entonces $F_r = mg_x \quad \Rightarrow \quad \mu . mg_y = mg_x$

$$\mu . mg \cos\alpha = mg\,sen\alpha$$

$$\mu . \cos\alpha = sen\alpha$$

$$\mu = \frac{\sin \propto}{\cos \propto} = \tan \propto$$

$$\tan 2{,}87° = 0{,}05$$

d) Si la moto sube con velocidad constante, esto significa que su aceleración es nula ($a_x$ = 0) y la fuerza de rozamiento es dinámica, por lo tanto las ecuaciones quedan:

$$F - m \cdot g \cdot sen\ \alpha - F_R = 0$$

$$F = m \cdot g \cdot sen\ \alpha + \mu_d \cdot N$$

$$F = m \cdot g \cdot sen\ \alpha + \mu_d \cdot m \cdot g \cdot \cos\ \alpha =$$

$$F = 300 \cdot 9{,}8 \cdot sen\ 2{,}87° + 0{,}5 \cdot 300 \cdot 9{,}8 \cdot \cos\ 2{,}87° =$$

$$F = 147 + 1468 = 1615\ N$$

**FUERZAS ELÁSTICAS - Ley de HOOKE**

Un cuerpo elástico es aquel que después de deformarlo recupera por sí solo su forma original. Por ejemplo, una pelota de fútbol: uno puede aplastarla un poco ejerciendo una fuerza sobre ella. Cuando uno retira la fuerza deformante la pelota recupera su forma esférica.

No siempre los cuerpos elásticos se comportan en forma elástica en todas direcciones de las deformaciones como el caso de la pelota. En esta lección vamos a trabajar con cuerpos que se comportan elásticamente en una sola dirección (y en ambos sentidos). Se trata de los resortes ideales.

Si tenemos un resorte unido a un cuerpo, cuando lo deformamos (comprimiendo o estirando) el resorte ejerce una fuerza sobre el cuerpo que es proporcional a la deformación y en sentido contrario a la misma. Esta fuerza de denomina **fuerza elástica** y es una fuerza recuperadora porque cuando apartamos el resorte de su posición de equilibrio se origina esta fuerza que trata de llevar nuevamente el resorte a dicha posición.

Esto es válido dentro de cierto rango de deformación, decimos que es donde el resorte presenta un comportamiento lineal

Cuanto mayor es la fuerza deformante más se deforma el elástico, y también mayor es la fuerza elástica. Por lo tanto la fuerza elástica es una fuerza variable. El señor Robert Hooke (1635-1703), encontró que la deformación y la fuerza elástica eran directamente proporcionales.

Se ha encontrado experimentalmente que para valores pequeños de deformación la fuerza es proporcional a dicha deformación

$$F_{el} = - k x$$

Esta relación se conoce con el nombre de **Ley de Hooke**.

Donde:

$F_{el}$ es fuerza elástica

**k** es la llamada constante elástica del resorte cuyo valor es propio de cada resorte y depende de las características del mismo (material, numero de espiras por unidad de longitud, diámetro del material, diámetro de las espiras, etc); y es mayor cuanto más duro y robusto sea el resorte, y menor cuanto más flacucho y debilucho sea.

**x** es la deformación del mismo.

Analiza qué unidades debe tener la constante elástica del resorte.

# EJERCICIOS DE APLICACIÓN

**ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

8) Realice un esquema de la situación problemática.
9) Dibuje el diagrama de cuerpo libre separado paca cada cuerpo indicando las fuerzas que actúan sobre el cuerpo
10) Elija un sistema de coordenadas conveniente
11) Identifique los datos del problema, asignándole el signo correspondiente a las magnitudes, según el sistema de referencia elegido. Si es necesario descomponga las fuerzas según el sistema de coordenadas elegido.
12) Identifique las cantidades que necesita encontrar
13) Analice cualitativamente el problema
14) Aplique las leyes de Newton que corresponda según el problema, De las ecuaciones que resulten resuélvalas. Preste atención a las unidades utilizadas
15) Interprete los resultados obtenidos y verifique si se corresponden con el análisis cualitativo hecho

**1) Se empuja un carro cargado con una fuerza neta de 60 kgf que adquiere una aceleración de 1,5m/s$^2$. Halle:**
  **a) La masa del carro con carga.**
  **b) La nueva aceleración si se quita la carga, de modo que la masa total se reduce a la tercera parte y se aplica la misma fuerza.**

**2) Un avión de 6000 kg de masa, toma contacto con el piso con una velocidad de 500 km/h y se detiene en 10 segundos de andar sobre la pista. ¿Cuánto vale la fuerza de frenado?**

**3) Un cuerpo experimenta una aceleración de 4 m/s$^2$ cuando se le aplica una fuerza constante F. (a)¿Cuál será la aceleración cuando se duplique la fuerza? (b) Un segundo cuerpo experimenta una aceleración de 8 m/s$^2$ cuando se le aplica la misma fuerza F, ¿Cuál es la razón de las masas de los objetos? (c) Si se unen los dos objetos, ¿qué aceleración adquieren cuando se le aplica la misma fuerza?**

**4) Halle el peso de una muchacha de 50 kg en newton y en libras.**

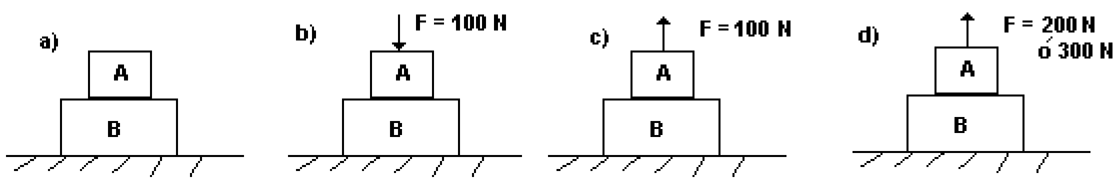
5) Halle la masa de un hombre que pesa 175 lb. Expresar el resultado en kilogramos y en gramos.

6) Halle el peso de un objeto de 50 gramos en dinas y en newton.

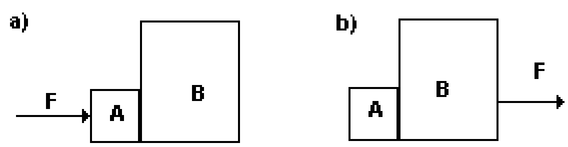
7) La gravedad de Júpiter es 12 veces la gravedad terrestre ¿Cuánto pesa allí un kg de azúcar? ¿Cuál es su masa?

8) Calcular las fuerzas de interacción en los siguientes sistemas en equilibrio. Determinar los pares de acción y reacción. Usar $g = 10\ m/s^2$

$m_A = 20$ kg $m_B = 50$ kg

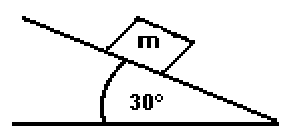



9) Hallar la aceleración y las fuerzas de interacción en los siguientes sistemas considerando despreciable el rozamiento. Para el sistema b) considerar las dos posibilidades: que los cuerpos A y B no estén unidos o bien que ambos estén unidos

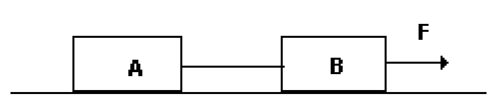



Datos: F = 100 N $m_A = 10$ kg $m_B = 90$ kg

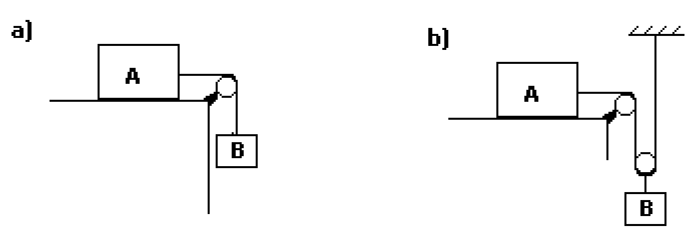
10) Determinar la aceleración de un bloque de masa m = 50 kg que se mueve sobre una superficie fija y pulida inclinada un ángulo de 30° con la horizontal. Despreciar todo rozamiento. Hallar el valor de la normal.




11) Sobre una mesa pulida 2 bloques están conectados por una cuerda y uno de ellos es impulsado por una segunda cuerda horizontal. Determinar la aceleración de cada bloque despreciando el rozamiento. ¿Cuánto vale la tensión entre los bloques?



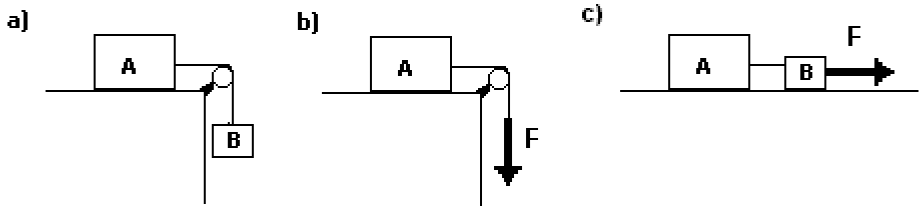

Datos: $m_A = 10$ kg $m_B = 20$ kg F= 200N



12) Determinar la aceleración de cada bloque y la tensión de la cuerda despreciando el rozamiento con el plano y en la polea, y despreciando las masas de las cuerdas y la polea. Si $m_B$ baja 20 m cuál es la velocidad que alcanza.

$m_A$ = 10 kg  $m_B$ = 20 kg

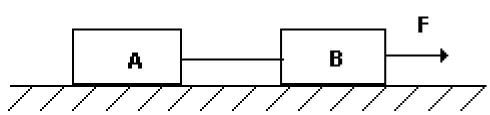
13) En los sistemas que se propones a continuación se desprecia el rozamiento con el plano y en la polea, y las masas de las cuerdas y las poleas. La intensidad de la fuerza F es igual al peso del cuerpo B




a) Comparando los sistemas a y b, analizar cualitativamente cual se mueve con mayor aceleración
b) Repetir el análisis en el caso a con c
c) Sabiendo que la masa de A es de 40 kg y la fuerza F de 100 N calcular las respectivas aceleraciones y verificar el análisis anterior

14) Sobre una mesa con rozamiento 2 bloques están conectados por una cuerda y uno de ellos es impulsado por una segunda cuerda horizontal. Determine:

a) El valor de F para que el sistema comience a moverse.
b) Si mantenemos esa fuerza constante ¿Cuál será la aceleración del sistema?
c) ¿Cuánto vale la tensión entre los bloques justo cuando el sistema comienza a moverse y cuánto cuando ya está en movimiento?
d) ¿Cuál será la fuerza de rozamiento estática y la tensión de la soga si se aplica una fuerza F que es dos tercio de la calculada en (a)?
Datos: $m_A$ = 10 kg  $m_B$ = 20 kg  $\mu_e$ = 0,4  $\mu_d$=0,1




15) En un ascensor hay una persona de 80 kg. Calcule la fuerza de contacto con el piso si el ascensor:

a) Asciende cada vez más rápido o desciende frenando con $|a|$ = 1,5 $m/s^2$

b) Desciende cada vez más rápido o asciende frenando con |a| = 1,5 m/s$^2$
c) Desciende o asciende con velocidad constante
d) ¿Cómo es el movimiento si se cortan los cables que sostienen el ascensor.

Antes de resolver el problema analice cualitativamente el valor de la fuerza respecto del peso del hombr.

17) En la tabla siguiente se dan los valores de las masas colgadas de un resorte y los correspondientes estiramientos

| m (g) | x(cm) |
|---|---|
| 10 | 5 |
| 20 | 10 |
| 25 | 12,5 |
| 40 | 20 |

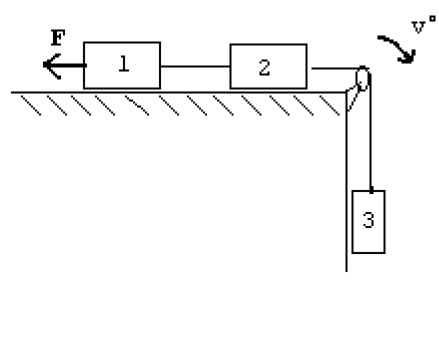
a) Grafique la fuerza elástica en función del estiramiento
b) ¿Puede hallar la fuerza que hay que hacer para estirar el resorte 30 cm?
c) Calcule la constante elástica del resorte
d) ¿Qué conclusiones puede sacar a partir de este problema?

18) Un cuerpo cuya masa es de 10 kg está apoyado en un plano inclinado sin rozamiento, sostenido mediante un resorte unido al extremo superior del plano. El resorte se halla estirado 15 cm. Hallar la constante elástica del resorte. Si se tira del cuerpo hacia abajo haciéndolo deslizar a lo largo del plano inclinado 3 cm de su posición de equilibrio ¿Cuál será su aceleración inicial? ¿Qué ocurre con el cuerpo luego de ese instante inicial? ¿La aceleración después de ese instante es constante? Analizar qué pasa con el resorte si se modifica el ángulo de inclinación del plano

Dato: la inclinación del plano es 30° respecto de la horizontal.

19) En el sistema de la figura inicialmente en movimiento (el cuerpo 3 está bajando). Calcular

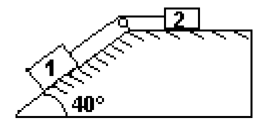
a) la aceleración del sistema
b) las tensiones de las sogas



c) El valor de **F** para que el sistema se mueva con velocidad constante
Datos: $m_1$= 10 kg $m_2$= 20 Kg $m_3$= 50 kg **F** = 600 N $\mu_d$ = 0,15

**20)En el sistema de la figura**

a) Analizar si el sistema se pone en movimiento
b) Si se mueve hallar la aceleración del sistema y las tensiones de las sogas




Datos: $m_1$= 50 kg $m_2$= 20 Kg $\mu_d$ = 0,15 $\mu_e$= 0,25

**21)Un cuerpo de 2 kg descansa sobre otro de 4 kg el cual, a su vez, descansa sobre una superficie horizontal exenta de rozamiento. Sobre el cuerpo de 4 kg se aplica una fuerza horizontal F de 12 N**

**a) Si la superficie de contacto entre los cuerpos está exenta de rozamiento, hallar la aceleración de cada cuerpo.**
**b) Si la superficie de contacto entre los cuerpos es suficientemente rugosa para que el cuerpo 2 no deslice respecto al de 4 kg, hallar la aceleración de los cuerpos.**
**c) Hallar la fuerza resultante que se ejerce sobre cada cuerpo en el caso (b) y calcular el coeficiente de rozamiento estático entre los dos cuerpos.**

**22)El tambor de uno secarropas tiene 60 cm de radio y gira a 600 rpm alrededor de un eje vertical. Calcular la intensidad de la fuerza horizontal que sus paredes ejercen sobre un botón suelto de una camisa, cuya masa es de 5 g. Comparar con el peso del botón**

**23)Un cuerpo de 300 g gira describiendo una circunferencia horizontal atada al extremo de una soga de masa despreciable y apoyada sobre una mesa. La longitud de la soga es de 1,2 m y realiza 2 vueltas por segundo, Hallar con qué velocidad partirá el cuerpo si se corta la soga. ¿Cuál es el valor de la tensión ejercida por la soga? ¿Qué ocurre si el cuerpo no está apoyado en la mesa?**

**24)Un electrón de masa 9,11 x $10^{-31}$ kg se mueve con una velocidad de 2 x $10^{6}$en un círculo de 2,85 cm de radio bajo la influencia de un campo magnético. Un protón de masa 1,67 x $10^{-27}$kg moviéndose en el mismo plano con la misma velocidad, experimenta la misma fuerza centrípeta. ¿Cuál es el radio de la órbita del protón?**

**25)Un piloto acróbata en un aeroplano desciende verticalmente a una velocidad de 220 km/h y gira en forma vertical hacia arriba siguiendo una trayectoria circular con un radio de 180 m. ¿Cuál es la aceleración que sufre el piloto en la parte superior de la trayectoria y cuál en la parte inferior de la misma?**

# MÓDULO 6

## TRABAJO Y ENERGÍA

**Contenidos:**

- **Concepto de Energía**
- **El Trabajo**
- **Leyes de conservación: Teorema del Trabajo y la Energía Cinética**
- **La Energía Mecánica y su Conservación**
- **Ejercicios de aplicación**

# ENERGÍA

Uno de lo temas más general en toda la ciencia es el concepto ***de energía, su conservación y transformación.***

La energía es una magnitud de difícil definición, pero de gran utilidad y representa una parte vital de nuestra vida. Los alimentos que consumimos nos proporcionan la energía para nuestras actividades; la energía eléctrica es la que nos permite el uso de artefactos que hacen al confort y necesidades de nuestra vida diaria, los combustibles permiten el funcionamiento de distintos medios de locomoción y transporte, y así podemos enumerar un sin numero de usos de los distintos tipos de energía y sus aplicaciones

Así tenemos ***formas de energía***:

**Energía cinética**, $E_C$, fuertemente asociada con la velocidad de un cuerpo.
**Energía potencial**, $E_P$, asociada con la posición en la que se encuentra el cuerpo.
**Energía mecánica**, $E_M$, suma de la cinética más la potencial.
**Energía química**, asociada a los enlaces atómicos de las moléculas del cuerpo.
**Energía calórica**, calor, **Q**, asociada al movimiento de las moléculas.
**Energía eléctrica**, asociada la las cargas eléctricas.
**Energía nuclear**, asociada a los núcleos de los átomos de un cuerpo.
**Energía radiante**, en la radiación electromagnética, luz, radio, equis, gamma, etc.
**Energía hidráulica**, asociada al agua embalsada.
**Energía eólica**, asociada al viento. **E**tcétera...

Lejos de toda duda, la energía se ha convertido en el concepto más importante de la Física, y su importancia traspasa los límites de la ciencia. La sociedad en su conjunto se está apropiando del concepto y tomando consciencia de su importancia.

Para un estudiante de Física, aprehender el concepto de Energía es un proceso que lleva su tiempo. Veamos algunos conceptos relacionados con Energía

Energía es una propiedad de los sistemas físicos, es un concepto abstracto, una magnitud escalar.

Podemos decir que **energía es la propiedad que tiene un cuerpo o sistema material en virtud de la cual puede realizar una acción; transformarse,**

**modificando su estado o posición y/o actuar sobre otros originando en ellos procesos de transformación**

Otra aproximación al concepto de energía aceptada académicamente es la siguiente: **energía es la capacidad de un cuerpo o sistema para ejercer fuerzas y realizar trabajos sobre otros cuerpos**.

La energía es perfectamente calculable, caracterizable, su presencia medible y su comportamiento predictible. Se ha visto que en innumerables transformaciones físicas en las que cambian casi todas las variables presentes, ciertas magnitudes que llamamos energías y que son combinaciones algebraicas de las variables (masa, velocidad, altura...) y se mantienen constantes. O cuando no se mantienen constantes, su variación es igual a un trabajo generalmente sencillo de calcular.

***La energía en el univeso no se crea ni se destruye; en una transformación puede cambiar de forma, pero la energía total permanece constante***

Llevado al extremo, y considerando todas las energías presentes en un sistema se ha encontrado un hecho sorprendente que da en llamarse Principio de Conservación de la Energía:

Estudiar la energía de los cuerpos y sistemas no sólo es una fuente de conocimiento enorme de nuestro universo, también constituye una herramienta de cálculo de gran potencia, simplicidad y economía de recursos.

Nosotros nos ocuparemos de la ***Energía Mecánica*** que es la suma de la ***Energía Cinética*** y las ***Energías Potenciales***

$$E_M = E_c + E_p$$

La **energía cinética** es la que tiene un cuerpo por estar en movimiento y se calcula

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2$$

Las **Energías Potenciales** son las que tiene un cuerpo o sistema debido a su posición y está asociada a fuerzas conservativas como el peso y la fuerza elástica, por lo tanto puedo hablar de **energía potencial gravitatoria** ($E_{Pg}$) o de **energía potencial elástica** ($E_{Pel}$) que se calculan

$$E_{Pg} = \pm Ph = \pm mgh$$

$$E_{Pel} = \frac{1}{2} k x^2$$

Donde P es peso; h altura respecto de nivel $E_{Pg} = 0$, si esta por encima es positivo y si está por debajo es negativo, k es constante elástica de resorte y x la deformación del mismo, ya sea estirado o comprimid.

Parece razonable pensar que cuanto más alto se halla un cuerpo más energía tiene, ya que al soltarlo desde allá arriba puede hacer más cosas que si se suelta desde más abajo.  La energía que tiene por situarse en esas posiciones altas se llama energía potencial gravitatoria.

Un cuerpo está apoyado en (o unido a) un resorte estirado o comprimido puede realizar una acción, es decir tiene más energía que si no estuviera sin deformar. Y también que cuanto más estirado o comprimido esté el resorte mayor aún es la energía que el resorte le confiere.

## Unidades de energía

En el S.I.    joule (J) = $kg.m^2 /s^2$ = N.m

En S. Técnico    kgf.m

Otras:    ergio = dina.cm

# TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE

Trabajo en física no es lo mismo que en el lenguaje coloquial. La diferencia fundamental es que en el lenguaje coloquial el trabajo es el producto de una persona, o de un animal o de un cuerpo. En Física el trabajo es una de la forma de transformación o de transferencia de energía. Por ejemplo, para empujar un cuerpo o para levantarlo necesitamos aplicarle una fuerza y trasladarlo una cierta distancia, para ello estamos "gastando" parte de nuestra energía. Pero el objeto sobre el que estamos trabajando se "beneficia" subiendo hasta cierta altura o aumentando su velocidad, o las dos cosas. Estamos usando las palabras (trabajo, energía, gastar,beneficiarse) con significados muy pocos precisos
En física, trabajo es un atributo de una fuerza, incluye tanto a la fuerza que se realiza sobre un cuerpo como al desplazamiento de éste.
Se suele representar con ***L***, ***T*** o con ***W***, y con un subíndice se aclara la fuerza a la que pertenece el trabajo expresado. Por ejemplo: $W_F$ (el trabajo de la fuerza ***F***).
Para que haya un trabajo distinto de cero tiene que haber un desplazamiento del cuerpo sobre el que se ejerce la fuerza. Por ejemplo en la situación siguiente:


Se define el trabajo de la siguiente manera (válida exclusivamente para fuerzas constantes):

$$W_F = F \, . \, \Delta x \, . \, \cos \alpha$$

Donde ***F*** es el módulo (la intensidad) de la fuerza, ***Δx*** es el módulo (el largo) del desplazamiento, y ***α*** es el ángulo que forman la fuerza con el desplazamiento.

El trabajo es una magnitud **escalar**, o sea un número (con su unidad). El trabajo no tiene dirección ni sentido, no es un vector, es un escalar; pero el trabajo de una fuerza puede ser positivo, negativo o nulo.

¿Qué situaciones implican la realización de trabajo? Mencionemos sólo algunas:

- Levantar un cuerpo. Se debe ejercer una fuerza y el cuerpo se desplaza.
- Empujar cuerpo y moverlo horizontalmente.
- Comprimir un objeto. Hay que aplicar una fuerza y dicha fuerza se desplaza.
- Tensar la cuerda de un arco para arrojar una flecha.
- Un cuerpo está cayendo libremente.

En esta situación la fuerza de la gravedad (peso) realiza trabajo ya que mueve al cuerpo cierta distancia hacia abajo. Es decir en el mismo sentido en que se mueve el cuerpo. En el primero de estos ejemplos la fuerza es necesaria para "vencer" a la gravedad. En el segundo la fuerza es necesaria para oponerse al rozamiento. En muchos casos se puede decir que realizar trabajo es "obtener movimiento venciendo una resistencia".

En otros casos podemos decir que realizar trabajo es obtener movimiento y aumento de la velocidad. Esto es lo que ocurre en el caso de la caída libre. La fuerza de la gravedad (Peso) no sólo mueve al cuerpo si no que le produce un incremento a su velocidad.

En el sentido físico del concepto de trabajo el sólo hecho de realizar fuerza no implica la realización de trabajo. Si nos piden que sostengamos un objeto durante mucho tiempo, podemos estar extenuados lo que significa que hemos gastado mucha energía. Pero nada de esa energía se ha utilizado para desplazar al objeto. Entonces decimos que no hemos realizado trabajo sobre ese cuerpo.

El trabajo es nulo si:

$F = 0$

$\Delta x = 0$ ( no hay desplazamieno)

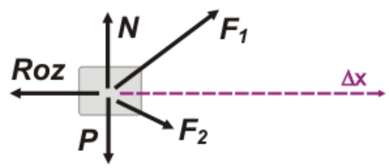
$\cos \alpha = 0$ ($\alpha = 90°$ o $\alpha = 270°$) es decir si F y $\Delta x$ son perpendiculares

Las unidades en las que se miden los trabajos deben surgir del producto de las unidades en las que se miden las fuerzas, **N**, por las unidades en las que se miden los desplazamientos, ***m***.

$$[W] = N\ .\ m = J \quad \text{(Joule)} \qquad J = kg.m/s^2.m = kg.m^2/s^2$$

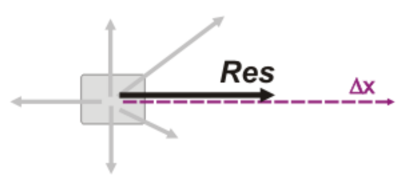
Vemos que las unidades de trabajo son iguales a las de energía

Supongamos que tenemos un cuerpo que se desplaza un cierto $\Delta x$ sobre el que actúan varias fuerzas simultáneamente.



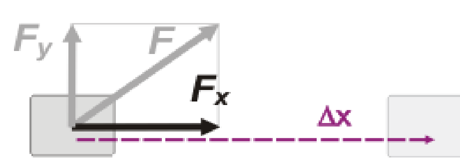

Como el trabajo es un atributo (una característica, una magnitud) de las fuerzas se puede plantear y calcular el trabajo de cada una de ellas; por ejemplo el trabajo de $F_1$, o el de $P$ o el de $N$... $W_{F1}$, $W_{F2}$, $W_P$, $W_{Roz}$, $W_N$... son todas magnitudes -en principio-calculables. Pero si se pregunta por el trabajo del cuerpo, o por el trabajo del observador... esas preguntas no tienen sentido físico.

Incluso la resultante de todas las fuerzas que están actuando, si bien no se trata de una interacción en el sentido newtoniano de la palabra, no deja de ser una fuerza con todos los atributos de las fuerzas. Por lo tanto, bien podría preguntarse por el trabajo de la resultante.




Como $F.\cos\ \alpha$ es la componente de la fuerza que apunta en la dirección del desplazamiento (habitualmente llamada $F_x$) la definición podría escribirse así:

$$W_F = F_x\ .\ \Delta x$$



Esta definición (que es totalmente equivalente a la primera) no considera el trabajo de la componente de $\boldsymbol{F}$ perpendicular al desplazamiento, $\boldsymbol{F_Y}$. Pero eso es absolutamente coherente con la definición inicial, ya que la perpendicular al desplazamiento forma con él un ángulo de ***90°***, y el coseno de ***90°*** vale ***0***.

***Preguntas***

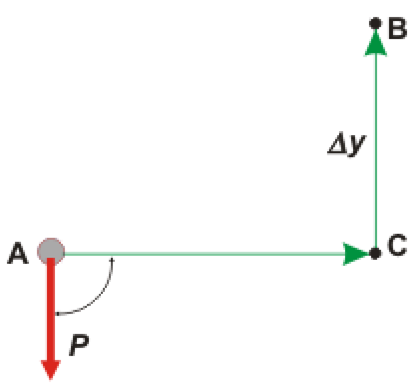
- Si la definición de trabajo utiliza sólo los módulos de los vectores implicados, ¿de qué depende el signo de un trabajo?,
- ¿cuándo un trabajo es negativo?

## *TRABAJO de la FUERZA PESO*

La ***fuerza peso*** (el nombre vulgar que le damos a la fuerza gravitatoria cuando se ejerce cerca de la superficie de la Tierra) es una de las ***fuerzas conservativas.***

Vamos a calcular su trabajo cuando se está aplicada sobre un cuerpo que se desplaza desde el punto **A** hasta el punto **B** (dos posiciones cualesquiera del espacio).

Vamos a hacer el cálculo para varios caminos diferentes. Primero desde de A a C, es decir $\boldsymbol{W_{P(A;C)}}$.




Y los vamos a dividir en dos: el trabajo que hace desde ***A*** hasta ***C***, más el trabajo desde ***C*** hasta **B**, donde ***C*** es un punto que esta al mismo nivel que ***A*** y en la misma vertical que **B**.

$$W_{P(A;B)} = W_{P(AC)} + W_{P(CB)}$$

Es decir, primero se mueve horizontalmente y luego verticalmente hacia arriba.

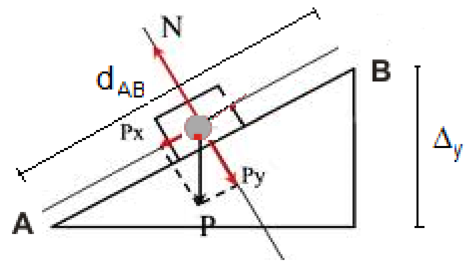
El trabajo de la fuerza peso desde ***A*** hasta ***C*** es nulo, porque el peso es vertical y el desplazamiento es horizontal, de modo que durante el viaje ***AC*** la fuerza y el desplazamiento forman un ángulo de 90°. La fuerza y el desplazamiento son perpendiculares

Si a la diferencia de alturas entre **C** y **B** la llamos **Δy**, nos queda:

$$W_{P(A;B)} = 0 + P\ \Delta y \cos 180°$$

$$W_{P(A;B)} = -\ m\ g\ \Delta y$$

Ahora por el camino más corto y directo entre **A** y **B**, o sea por la recta que los une.




La fuerza peso en el plano inclinado se puede descomponer vectorialmente en Py y Px.

$$W_{P(A;B)} = W_{Px} + W_{Py}$$

La componente Py es perpendicular al desplazamiento, por lo tanto no hace trabajo.

$$W_{P(A;B)} = W_{Px} = P_x.d_{AB}.\cos 180° = -\ P_x.d_{AB}$$

Pero Px = P sen $\alpha$ y $sen\,\alpha = \dfrac{\Delta y}{d_{AB}}$ remplazando resulta

$$W_{P(A;B)} = -\ P_x.d_{AB} = -\ P\ \ sen\ \alpha\ d_{AB} = -P\ \frac{\Delta y}{d_{AB}}\ d_{AB} = -\ P\ .\ \Delta y\ m.g.\ \ \Delta y$$

Por lo que vemos que el trabajo de la fuerza peso para ir de A a B es independiente del camino, sólo depende de la diferencia de altura entre la posición inicial y la final. Si sube, como en este caso es negativo y lógicamente si baja el trabajo de la fuerza peso es positiva.

# LEYES DE CONSERVACION

## TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

Este teorema permite la resolución de innumerable situaciones problemáticas en forma mucho más sencilla (especialmente desde el punto de vista matemático) que usando concepto de dinámica y de cinemática

No lo vamos a demostrar, si bien es bastante sencillo, sólo lo enunciaremos y damos su expresión.

La sumatoria de los trabajos de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo o sistema a lo largo de un recorrido es igual a la variación de energía cinética del cuerpo o sistema entre las posiciones inicial y final del recorrido

$$\Sigma W_F = \Delta E_c = \tfrac{1}{2} m v_F^2 - \tfrac{1}{2} m v_O^2$$

Si analizamos la expresión anterior vemos que el primer miembro analiza la acción de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo o sistema a lo largo de un recorrido y en el segundo miembro aparece una misma cosa evaluada en dos momentos, dos instantes, dos situaciones diferentes, llamados inicial y final (**O** y **F**), y que nos desvincula de todo lo que ocurrió en el medio.

Llegamos a una ley de conservación muy interesante y con muchas aplicaciones.

Se puede demostrar fácilmente que el trabajo de la resultante es igual a la suma de los trabajos de todas las ***n*** fuerzas que forman la resultante. En símbolos:

$$W_{Res} = W_{F1} + W_{F2} + \ldots + W_n$$

# TEOREMA DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGIA MECÁNICA

Todas las fuerzas pueden clasificarse entre **conservativas** y **no-conservativas**.

Las fuerzas conservativas al ejercerse no implican gastos de ninguna especie, no gastan combustible, no gastan los materiales, son silenciosas, por lo tanto no agregan ni quitan energía total al sistema. De ahí viene su nombre: son conservativas porque la energía total del sistema se conserva.

Una propiedad de las fuerzas conservativas es que su trabajo no depende del camino recorrido, solo depende de la posición inicial o final del cuerpo o sistema. Además si la posición inicial o final es la misma el trabajo es nulo.

Cualquier otra que no cumpla con esto será no-conservativa.

Las fuerzas **conservativas** típicas son: **peso**, **fuerza elástica**, **fuerza eléctrica**, etc. Nosotros en mecánica sólo nos ocuparemos de las dos primeras.

Las fuerzas **no-conservativas** principales son: **fuerza de rozamiento**, **tracciones** (empujes o tiros que hacen tractores, motores o cualquier artefacto que consuma combustibles), **musculares**, etc.

No vamos a demostrar el teorema de conservación de energía mecánica, sólo lo enunciamos de la siguiente manera

***Si sobre un cuerpo o sistema sólo actúan fuerzas conservativas entonces la Energía Mecánica inicial es igual a la Energía Mecánica final***

Esto significa que ante ***ausencia de fuerzas no conservativas la energía mecánica es constante***

$$\mathbf{E_M^{\circ} = E_M^{f} \qquad o \qquad \Delta\, E_M = 0}$$

Esto no significa que toda la energía es la misma, si hay trabajo se transforma en igual cantidad un tipo de energía en otra. Por ejemplo cinética en potencial o viceversa

## TRABAJO de FUERZAS NO-CONSERVATIVAS

Pongamos que sobre un cuerpo están actuando varias fuerzas y si alguna/s es no conservativa entonces se cumple que ***el trabajo de la/s fuerzas no conservativas es igual a la variación de energía mecánica***

$$W_{FNC} = \Delta E_M$$

**Ejemplo 1.**

**Desde una altura H dejamos caer un cuerpo. Hallar en qué punto de su recorrido se**

**Cumple Ec = ¼ Ep**

Como nos preguntan en que punto de su recorrido ocurre la relación indicada, es decir, que su energía cinética es la cuarta parte de la energía potencial, vamos a suponer que la altura máxima a la que asciende el cuerpo es H. La única fuerza actuante es el peso que es una fuerza conservativa, por lo cual la energía mecánica se conserva. En el punto más alto la velocidad a la que llega es nula, por lo tanto, usando el principio de conservación de la energía mecánica, en ese punto tendremos que

$$EM = Ec + Ep = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = mgH$$

Sustituyendo en la fórmula de la energía mecánica la condición del problema

$$EM = Ec + Ep = \frac{1}{4}Ep + Ep = \frac{5}{4}Ep$$

Como la energía mecánica se conserva y inicialmente el valor de la EM es mgH,

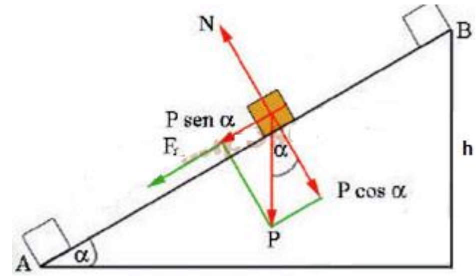
Resulta $\frac{5}{4}Ep = mgH$

$$\frac{5}{4}mgh = mgH$$

de donde simplificando m y g calculamos h

$$h = \frac{4}{5}H$$

**Ejemplo 2**




**Desde la parte inferior de un plano inclinado (formando un ángulo de 45° con la horizontal) lanzamos hacia arriba un cuerpo con una velocidad inicial de 10 m/s, tal y como indica la figura. El cuerpo recorre una distancia de 4 metros sobre el plano hasta que se detiene. Calcular, aplicando el principio de conservación de la energía mecánica, cual es el valor del coeficiente de rozamiento.**

Como ahora existe fuerza de rozamiento que es no conservativa, el principio de conservación de la energía toma ahora la forma

$$W_{FNC} = \Delta EM = EM^{f} - EM^{o}$$

La energía mecánica inicial EM inicial será la suma de la energía cinética más la potencial.

Como el cuerpo parte desde el suelo su energía potencial es nula, por lo tanto su energía mecánica es la cinética inicial, es decir

$$EM^{o} = \frac{1}{2} m.v^{o\,2}$$

De la misma manera, en el instante final el cuerpo se detiene después de subir una altura h, por lo que su energía mecánica final solo es energía potencial gravitatoria

$$EM^{f} = mgh$$

La altura h que asciende el cuerpo puede hallarse sabiendo la distancia Δx que recorre sobre el plano.

Por trigonometría, la altura a la que sube el cuerpo es el cateto opuesto del triángulo y la hipotenusa la distancia recorrida sobre el plano, luego

$sen\alpha = \frac{h}{\Delta x}$ despejando, $h = \Delta x.sen\alpha$

El trabajo de rozamiento, $W_R = W_{FNC} = F_R\,.\Delta x$

Reemplazando y teniendo en cuenta que

$F_R = \mu.m.g.\cos\alpha$ llegamos a que

$$m.g.\mu.\cos\alpha.\Delta x = m.g.h + \mu.m.g.\cos\alpha.\Delta x$$

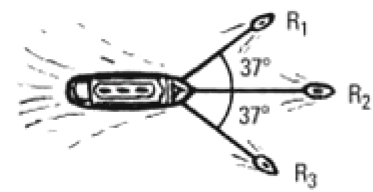
Despejando $\mu$ de esta última

$\mu = 0,803$

## Ejercicios de aplicación: ENERGIA y TRABAJO

1) Un joven ejerce una fuerza horizontal constante de 200 N sobre un objeto que avanza 4 m. El trabajo realizado por el joven es de 400 J. El ángulo que forman la fuerza con el desplazamiento es:
   a) 60° b) 30° c) 45° d) 53° e) ninguna de las anteriores

2) Tres remolcadores llevan un barco hacia su dársena, tirando cada uno con una fuerza constante de 3 $x\ 10^{5}$ N en un recorrido de 500 m, como indica la figura. Si la fuerza de rozamiento que ejerce el agua sobre el barco es de 1 $x\ 10^{5}$ N, determinar:




a- La resultante de las fuerzas que actúan sobre el barco.
b- El trabajo que realiza la fuerza resultante.
c- El trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan.
d- La suma de los trabajos calculados en c. Comparar con el resultado del inciso b.
e - Cuánto varía la energía cinética de este barco en los 500 metros que es remolcado.
<u>Rta:</u> a) Fr=(6,79x10^5 i; 0 j) N, b) W=3,39x$10^8$ J, c) Wr1=1,197x$19^8$ J, Wr2=1,5x$10^8$ J, Wr3=1,197x$10^8$ J, Wfroz=-5x$10^7$ J
d) Suma de trabajos=3,394x$10^8$ J, e) $\Delta$Ec=3,39x$10^8$ J

3) Se lanza horizontalmente un cuerpo de 1 kg de masa con velocidad v =10 m/s y recorre 10 m hasta detenerse.
   c) Explique qué fuerzas actúan.
   b) Calcule la fuerza de rozamiento y el coeficiente de rozamiento dinámico
   <u>Rta:</u> 5 N $\mu$ = 0,51

4) Una caja de 10 kg está apoyada sobre un plano inclinado de 30 º con la horizontal, inicialmente en reposo. Mediante una fuerza F = 100N paralela al plano se la arrastra 5 m hacia arriba por el plano. Sabiendo que la fuerza de rozamiento es de $F_R$ = 10 N. Calcular :
   a) El trabajo de la fuerza Peso
   b) El trabajo de la fuerza F
   c) El trabajo de la fuerza N
   d) El trabajo de la fuerza Rozamiento
   e) La velocidad del cuerpo cuando se desplazó 5m
   <u>Rta:</u> a) -245 J, b) 500 J, c) 0 J, d) - 50 J, e) 6,4 m

5) Un cuerpo de 1,5 kg se deja caer desde una altura de 4 m. hallar el trabajo que realiza la fuerza peso hasta llegar al piso. Cual es La $Ec^{o}$ y la $Epg^{o}$. Cual es la La $Ec^{f}$ y la $Epg^{f}$.
Rta: Wp=58,86 J, Ec inicial= 0 J, Ep inicial=58,85 J, Ec final=58,74 J.

6) Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo con velocidad v= 20 m/s. Calcule
   a) La altura máxima a la llega el cuerpo (despreciando el rozamiento con el aire)
   b) Calcular la velocidad que tiene en 1/3 de la altura máxima

   Rta: a) 20,41 m, b) 16,33 m/s

7) Un bloque de 2,5 Kg de masa es empujado 2,2 m a lo largo de una mesa horizontal, sin fricción, por una fuerza constante de 16 N que forma un ángulo de 25º respecto de la horizontal. Encuentre el trabajo efectuado por:
   a) La fuerza aplicada.
   b) La fuerza normal ejercida por la mesa.
   c) La fuerza de la gravedad.

   Rta: 31,90 J, b) 0 J, c) 0 J

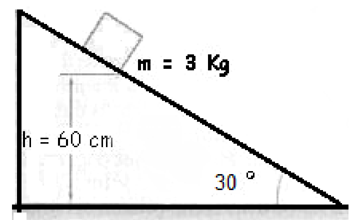
8) Una maceta mal ubicada sobre la baranda de un balcón cae desde una altura de 9 m hasta la vereda. Despreciando el rozamiento con el aire ¿Con que rapidez llega al piso? ¿Es necesario conocer la masa de la maceta? ¿Por qué?
Rta: 13,28 m/s

9) Un cuerpo de 5 kg de masa cae libremente. Cuando se encuentra en el punto A, a 7 m del suelo posee una velocidad vA = 6 m/s. Determina su energía cinética y potencial cuando se encuentre en B a 3 m de altura.
Rta: $Ec_B$ = 286 J, $Ep_B$ = 147,5 J

10) Una caja de 50 Kg inicialmente en reposo se empuja 5 m por un piso rugoso horizontal con una fuerza aplicada horizontal de 130 N. Si el coeficiente de fricción entre la caja y el piso es 0,10, encuentre:
    a) El trabajo realizado por cada una de las fuerzas
    b) El cambio en la energía cinética de la caja
    c) La velocidad final de la caja.

    Rta: a) $W_F$=650 J, $W_{Fr}$=-245 J, $W_P$=0, $W_N$=0, b)$\Delta E_C$=405 J, c) 4,025 m/s

11) El coeficiente de rozamiento ($\mu_d$) entre la masa de 3 Kg y la superficie de la figura adjunta es 0,40. El sistema parte del reposo.




a) ¿Qué trabajo realiza cada fuerza cuando la masa de 3 Kg ha caído 0.60 m de altura?
b) ¿Cuál es la velocidad de la masa de 3 Kg cuando ha caído 0.60 m?
c) Calcular la variación de energía mecánica

<u>Rta:</u> $W_P$ = 17,64 J, $W_{Fr}$ = - 12,22 J, $W_N$ = 0, b) 1,9 m/s, c) $\Delta$ $E_M$ = 12,22J

12) A un bloque de 0,60 Kg de masa se le imprime una velocidad inicial de 8 m/s en el pie de una pendiente de 30º con la horizontal. La fuerza de fricción que retarda su movimiento es de 15 N. Si el bloque se desplaza hacia arriba de la pendiente:
a) ¿Qué distancia se mueve antes de detenerse?
b) ¿Cuál es la energía mecánica inicial y final?

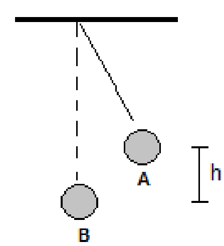
¿Deslizará hacia abajo por la pendiente?

<u>Rta:</u> a) 1,07 m, b) $Em_{inicial}$=3,15 J, $Em_{final}$=19,2 J

13) Un cuerpo de 4 kg comienza a subir por un plano inclinado a 30º, con 128 J de energía cinética. ¿Qué distancia recorrerá sobre el plano si el coeficiente de fricción es de 0,30?

¿Cuál es su energía mecánica final? <u>Rta:</u> 4,3 m 84,17 J

14) En el péndulo de la figura, la masa de 0,10 kg pasa por el punto B con una energía cinética de 1,25 J. En la posición A de máxima altura, la masa está en reposo; si se desprecian las fuerzas de fricción. Calcular:




a) ¿cuál es la velocidad en B
b) El valor de la altura h.
c) Si la altura es el doble ¿Cuál es la velocidad con la que pasa por B?

Rta.: a) 5 m/s, b) 1,28 m, c) 7,1 m/s

# BIBLIOGRAFÍA


- Beer-Johnston – MECÁNICA VECTORIAL PARA INGENIEROS- McGHill
- Cattáneo- Devoto- Lijmaer – INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA- U.T.N.
- Einstein- Infeld- LA FÍSICA AVENTURA DEL PENSAMIENTO- Losada
- Frish- Timoreva- CURSO DE FÍSICA GENERAL- Editorial Mir
- Halliday- Resnick- FUNDAMENTOS DE FÍSICA
- Jones&Childers- FÍSICA CONTEMPORÁNEA McGHill- 3ªEdición
- Kane- Sternheim FÍSICA Reverté
- Landau- Kitaigorodski FÍSICA PARA TODOS Mir
- Mc Lean- MECÁNICA TÉCNICA McGHill
- Serway, Raymond- FÍSICA Tomo I McGHill- 3ªEdición
- Serway, Raymond – Jerry S. Faughn. – FUNDAMENTOS DE FÍSICA (6° Edición)
- Staricco y otros- FÍSICA EXPERIMENTAL U.T.N.
- Sosa, Miguel INTRODUCCIÓN A LA MECÁNICA U.T.N.
- Tipler, Paul- FÍSICA PREUNIVERSITARIA Reverté
- Van der Merwe FÍSICA GENERAL McGHill
- Volkenstein PROBLEMAS DE FÍSICA GENERAL- Mir
- PÁGINAS WEB UTILIZADAS:

https://www.educaplay.com/learning-resources/1370843-mua_y_movimiento_en_el_plano.html
https://sinproblemasfis.wordpress.com/2013/07/07/mru/
https://www.colegioweb.com.br/vetores/representacao-de-um-vetor-com-o-uso-de-versores.html
https://www.fisimat.com.mx/movimiento-rectilineo-uniforme-mru/
https://www.fisicalab.com/apartado/mrua-graficas#contenidos